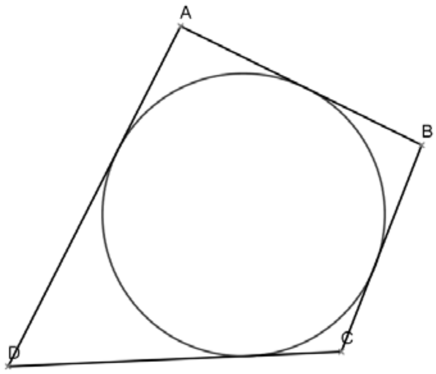
XVIII OLIMPIADA MATEMÁTICA
FASE FINAL
SEGUNDO CICLO DE ESO

Aranda de Duero. 8 de mayo de 2010

PROBLEMA 1. Circunferencia inscrita

Tenemos una circunferencia inscrita en un cuadrilátero ABCD. Los segmentos AB, BC, CD y DA son, por tanto, tangentes a la circunferencia. Sabemos que AB = 7 cm , BC = 6 cm y CD = 9 cm. Con estos datos calcula la longitud de DA, explicando tu razonamiento.



PROBLEMA 2. El bosque

Matías y Fernando pasaron la noche en los refugios A y B, respectivamente. A la mañana siguiente, Matías camina hacia B y Fernando hacia A; ambos a velocidades constantes, y los dos recorren el mismo sendero, que pasa por un bosque. Matías salió de A a las 8:00 h y llegó a B a las 11:00 h; Fernando salió de B a las 8:30 y llegó a A a las 11:00. Los dos entraron en el bosque a la misma hora (cada uno siguiendo su dirección), y uno de ellos salió del bosque 3 minutos antes que el otro. ¿A qué hora salió Matías del bosque?

PROBLEMA 3. El número N

El número N = 0,101001000100001... es un ejemplo típico de número irracional, ya que tiene infinitas cifras decimales y no es periódico. Pero, aunque no es periódico, podemos saber la cifra que tiene en un lugar determinado. Veamos si somos capaces de responder a algunos retos relacionados con él:

A) Si a cada cifra decimal le asignamos el lugar que ocupa después de la coma, la que está escrita en el lugar 4949, ¿qué es un 0 o un 1? ¿Y la siguiente a esa?

B) Como podemos ver si observamos el número, los unos están cada vez más separados entre sí; esto nos permite plantearnos una curiosa pregunta: si seguimos escribiendo cifras decimales del número, el 1 que escribiremos después de haber puesto quinientos ceros seguidos, ¿qué lugar ocupa dentro de las cifras decimales del número?

C) Queremos multiplicar por 11 el número N; es decir, obtener el valor de 11N. ¿Cómo lo podemos hacer? Expón razonadamente el procedimiento y el resultado de la multiplicación.

D) Haz lo mismo si ahora lo que queremos es multiplicarlo por 111.

©	O	O
O	O	O
O	O	

PROBLEMA 4. Fichas y tablero

En el tablero adjunto, de 3x3, podemos mover cualquier ficha, siempre que a su lado (en su línea horizontal o vertical, pero no en diagonal) haya una casilla vacía.

A) Si cada vez que movemos una ficha se cuenta un movimiento, ¿cuántos movimientos, como mínimo, debemos hacer para conseguir llevar la ficha © hasta la casilla vacía? Explícalo razonadamente.

B) Averigua el número mínimo de movimientos si el tablero fuera de nxn casillas y todas las fichas guardaran una colocación como la de inicial.

C) Contesta a la misma cuestión para el caso en que el tablero sea rectangular, de nxm casillas; es decir, n filas (líneas horizontales) y m columnas (líneas verticales).

Ahora deseamos hacer lo mismo, pero con una diferencia: la ficha © sólo y exclusivamente se puede desplazar con movimientos en diagonal; para ello debe estar libre la casilla contigua de la diagonal.

D) En el tablero inicial, 3x3, en la nueva situación, ¿cuántos movimientos como mínimo, debemos hacer para conseguir llevar la ficha © hasta la casilla vacía? Explícalo razonadamente.

E) Contesta a la misma cuestión para el caso de un tablero de dimensiones nxn y nxm.