XVIII OLIMPIADA MATEMÁTICA

FASE FINAL BURGOS

PRIMER CICLO DE ESO

Aranda de Duero. 8 de mayo de 2010

PROBLEMA 1. Correo electrónico

Treinta y cinco chicos y chicas han formado un grupo y suelen comunicarse a través de Internet. A lo largo de cierta tarde una chica escribió un correo electrónico a veintidós chicos; una segunda chica escribió correos a veintitrés chicos; una tercera a veinticuatro, y así, sucesivamente, hasta la última, que se comunicó con todos los chicos. ¿Cuántas chicas forman parte del grupo?

©	O	O
O	O	O
O	O	

Resuelve el mismo problema con los siguientes datos:

El número de personas que componen el grupo es de novecientas treinta y seis; la primera chica escribió a cincuenta y tres muchachos, la segunda a cincuenta y cuatro, y así hasta la última, que escribió a todos. ¿Cuántas chicas hay?

PROBLEMA 2. Fichas y tablero

En el tablero adjunto, de 3x3 casillas, podemos mover cualquier ficha, siempre que a su lado (en su línea horizontal o vertical, pero no en diagonal) haya una casilla vacía.

A) Si cada vez que movemos una ficha se cuenta un movimiento, ¿cuántos movimientos, como mínimo, debemos hacer para conseguir llevar la ficha © hasta la casilla vacía? Explícalo razonadamente.

B) Contesta a la misma cuestión si ahora el tablero fuera 6x6; es decir, de 6 filas y 6 columnas, y las fichas estuvieran en una disposición análoga a la del tablero anterior.

C) Averigua el número mínimo de movimientos si el tablero fuera de nxn casillas y todas las fichas guardaran una colocación como la de inicial.

Ahora deseamos hacer lo mismo, pero con una diferencia: la ficha © se puede desplazar única y exclusivamente con movimientos en diagonal; para ello debe estar libre la casilla contigua de la diagonal.

D) En el tablero inicial, 3x3, con las nuevas condiciones, ¿cuántos movimientos como mínimo, debemos hacer para conseguir llevar la ficha © hasta la casilla vacía? Explícalo razonadamente.

E) Contesta a la misma cuestión para el caso de un tablero de dimensiones nxn.

PROBLEMA 3. Jugando con nuestro año

Nuestro año 2010 se descompone en producto de primos de la siguiente manera:

2010 = 2x3x5x67, es decir, es producto de cuatro números primos distintos.

A) Entre los números menores que 1000 ¿cuál es el número más grande que es producto de cuatro números primos distintos?

B) Busca de cuántas maneras se puede poner 2010 como producto de dos números naturales. ¿Y de 3 números naturales?

C) Escribe de menor a mayor los 16 divisores que tiene 2010.

D) ¿Cuál es el número entero más pequeño que tiene 16 divisores?

E) Sea N el producto de todos los múltiplos de 67 desde el mismo 67 hasta el 2010 N=67x134x201x….x2010 ¿en cuántos ceros terminará N?

PROBLEMA 4. Sumando áreas de triángulos

El área de un hexágono regular es 1 m^2. Empleando tres de sus seis vértices pueden construirse diversos triángulos: ABC, ACD, BCD, etc… Calcula cuánto vale la suma de las áreas de todos ellos.