# <u>Problemas de la 14ª semana</u>

## <u>2º ESO</u>

1º-) Si $23^a = 5$ y $23^b = 10$, calcula $2^{\frac{1}{b-a}}$

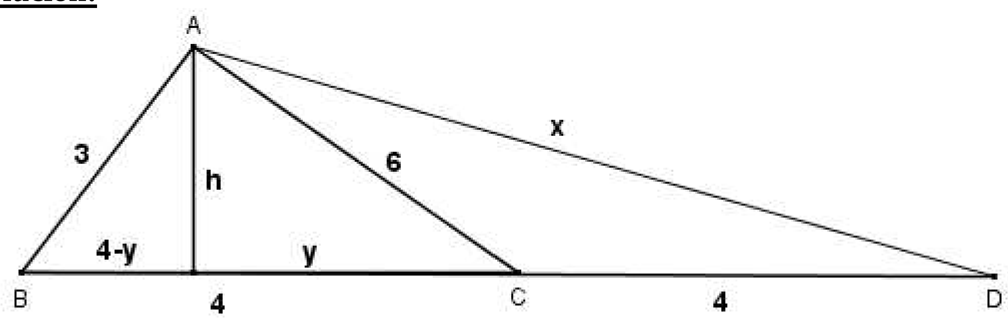
**<u>Solución:</u>**

$$\left\{\begin{matrix} 23^a = 5 \\ 23^b = 10 \end{matrix}\right\} \rightarrow \textit{Dividimos la } 2^a \textit{ igualdad entre la } 1^a \rightarrow 23^{b-a} = 2$$

$$\textit{Elevamos la igualdad } a: \frac{1}{b-a} \rightarrow \left(23^{b-a}\right)^{\frac{1}{b-a}} = 2^{\frac{1}{b-a}} \rightarrow \textit{luego} \rightarrow 2^{\frac{1}{b-a}} = 23$$

2º-) Sea ABC un triángulo tal que AB = 3, BC = 4 y AC = 6. Si el lado BC es prolongado por C hasta D y BC = CD, calcula AD.

**<u>Solución:</u>**




Aplicando el teorema de Pitágoras

$$h^2 = 9 - (4-y)^2 = 6^2 - y^2 \rightarrow \text{Resolviendo} \rightarrow y = \frac{43}{8}$$

$$h^2 = 36 - \left(\frac{43}{8}\right)^2 = x^2 - \left(4 + \frac{43}{8}\right)^2 \rightarrow \text{Resolviendo} \rightarrow x = \sqrt{95}$$

3º-) En vez de calcular dos veces el cuadrado de un número, un alumno se confundió y calculó dos veces la raíz cuadrada de ese número y obtuvo 10 como solución. ¿Cuál es la respuesta correcta?

**<u>Solución:</u>**

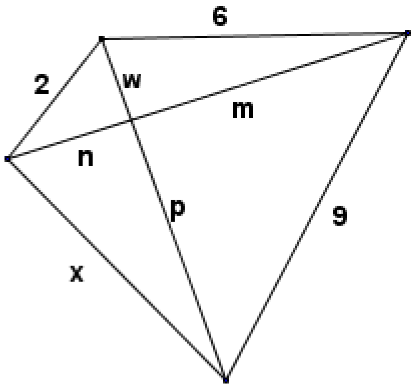
$$2\sqrt{x} = 10 \rightarrow \sqrt{x} = 5 \rightarrow x = 25$$

$$\text{Respuesta correcta} \rightarrow 2 \cdot x^2 = 2 \cdot 25^2 = 1250$$

## <u>4º ESO</u>

1º-) Los lados consecutivos de un cuadrilátero convexo son 2, 6, 9 y X. Si las diagonales del cuadrilátero son perpendiculares, calcular X.

**Solución:**




Aplicando el teorema de Pitágoras

$$\left.\begin{cases} n^2 + w^2 = 4 \\ m^2 + w^2 = 36 \end{cases}\right\} \to \text{Restando} \to m^2 - n^2 = 32$$

$$\left.\begin{cases} m^2 + p^2 = 81 \\ n^2 + p^2 = x^2 \end{cases}\right\} \to \text{Restando} \to m^2 - n^2 = 81 - x^2$$

Igualando $81 - x^2 = 32 \to x = 7$

2º-) Escribir $\dfrac{\sqrt{4+2\sqrt{3}} - \sqrt{28+10\sqrt{3}}}{15}$ como cociente de dos números enteros.

**Solución:**

Teniendo presente que $\left.\begin{cases} 4+2\sqrt{3} = \left(1+\sqrt{3}\right)^2 \\ 28+10\sqrt{3} = \left(5+\sqrt{3}\right)^2 \end{cases}\right\} \to \textit{sustituyendo en la expresión} \to$

$$\frac{\sqrt{4+2\sqrt{3}} - \sqrt{28+10\sqrt{3}}}{15} = \frac{\sqrt{\left(1+\sqrt{3}\right)^2} - \sqrt{\left(5+\sqrt{3}\right)^2}}{15} = \frac{1+\sqrt{3}-5-\sqrt{3}}{15} = \frac{-4}{15}$$

3º-) Sea una sucesión de números dada por $a_1 = 1$ y $a_n = a_{n-1} + 2n$ para $n > 1$. Expresa $a_n$ como un polinomio en n.

**Solución:**

$$a_1 = 1$$
$$a_2 = 1 + 4 = 2 + 4 - 1$$
$$a_3 = 1 + 4 + 6 = 2 + 4 + 6 - 1$$
$$a_4 = 1 + 4 + 6 + 8 = 2 + 4 + 6 + 8 - 1$$
$$a_5 = 1 + 4 + 6 + 8 + 10 = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 - 1$$
$$\vdots$$
$$a_n = \frac{(2+2n)\cdot n}{2} - 1 = n^2 + n - 1$$

# <u>Bachillerato</u>

1º-) Un número N positivo de tres cifras verifica:

N = ABC = AB + BA + AC + CA + BC + CB

Calcular el valor del mayor número N.

**<u>Solución:</u>**

100A + 10B + C = B + 10A + A + 10B + C + 10A + A + 10C + C + 10B + B + 10C

78A – 12B – 21C = 0

26A = 4B + 7C

4B + 7C → puede valer como máximo 99 → luego → A como máximo 3

A = 3 → B = 9 → C = 6 → N = 396

2º-) Resolver en Z la ecuación $\frac{1}{m}+\frac{1}{n}=\frac{1}{10}$

**<u>Solución:</u>**

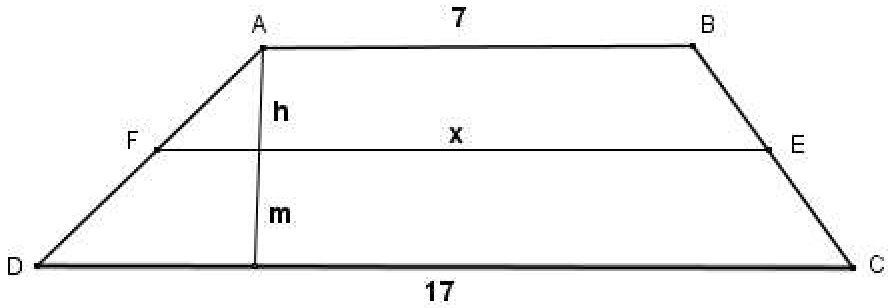
Haciendo operaciones en la expresión → $\frac{m+n}{mn}=\frac{1}{10}\rightarrow 10(m+n)=mn\rightarrow 10m+10n=mn$

$10m=mn-10n\rightarrow 10m=n(m-10)\rightarrow n=\frac{10m}{m-10}=10+\frac{100}{m-10}$

Si m=-90 → n=9
m=-40 → n=8
m=-15 → n=6
m=-10 → n=5
m=5 → n=-20
m=6 → n=-15
m=8 → n=-40
m=9 → n=-90
m=11 → n=110
m=12 → n=60
m=14 → n=35
m=15 → n=30
m=20 → n=20
m=30 → n=15
m=35 → n=14
m=60 → n=12
m=110 → n=11

3º-) Sea ABCD un trapecio con AB paralelo a CD; AB = 7 y CD = 17. Los puntos F y E están en los lados AD y BC respectivamente. Si EF es paralelo a AB y los trapecios ABEF y CDFE tienen la misma área, calcula EF.

**Solución:**




$$\left\{\begin{array}{l} \acute{A}rea\ \ ABCD \rightarrow \dfrac{24(h+m)}{2} = 12(h+m) \\ \acute{A}rea\ \ \text{ABEF} \rightarrow \dfrac{(7+x)h}{2} = \acute{A}rea\ \ CDFE \rightarrow \dfrac{(17+x)m}{2} \end{array}\right\}$$

$$\left\{\dfrac{(7+x)h}{2} = \dfrac{(17+x)m}{2} = 6(h+m)\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} \dfrac{(7+x)h}{2} = 6h+6m \\ \dfrac{(17+x)m}{2} = 6h+6m \end{array}\right\}$$

$$\left\{\begin{array}{l} \dfrac{7h}{2} + \dfrac{xh}{2} - 6h = 6m \\ \dfrac{17m}{2} + \dfrac{xm}{2} - 6m = 6h \end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} h\left(\dfrac{7}{2} + \dfrac{x}{2} - 6\right) = 6m \\ 6h = m\left(\dfrac{17}{2} + \dfrac{x}{2} - 6\right) \end{array}\right\}$$

$$\dfrac{\dfrac{7}{2} + \dfrac{x}{2} - 6}{6} = \dfrac{6}{\dfrac{17}{2} + \dfrac{x}{2} - 6} \rightarrow \text{Re}\,solviendo\ \ esta\ \ ecuaci\acute{o}n \rightarrow x = 13$$