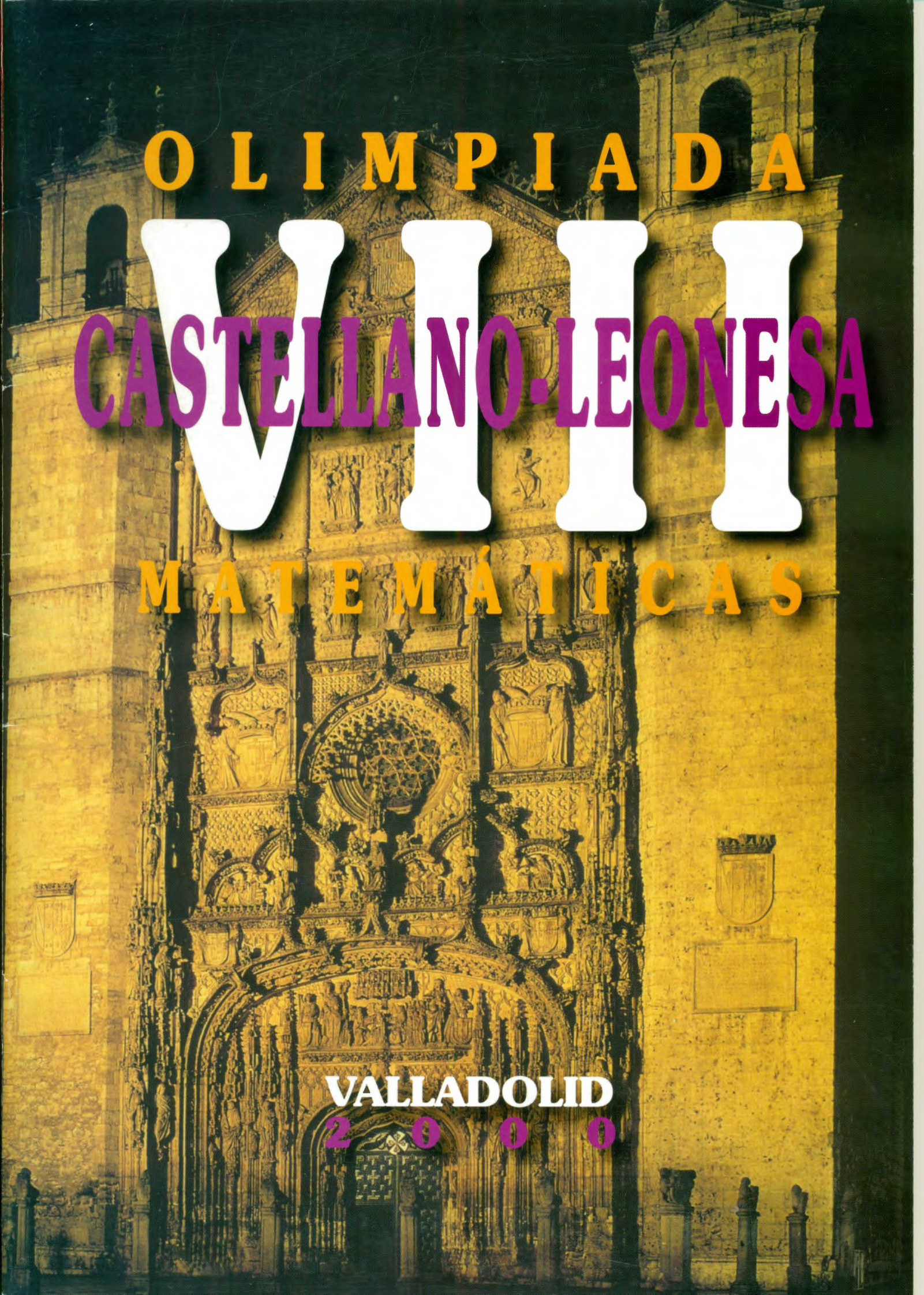


OLIMPIADA

VII

CASTELLANO-LEONESA

MATEMÁTICAS

VALLADOLID

2000

EDITORIAL

SOCIEDAD CASTELLANO-LEONESA DE PROFESORADO DE MATEMÁTICAS

La resolución de Problemas es una actividad fundamental dentro del área de Matemáticas. De hecho, los currículos de Matemáticas de Primaria y Secundaria conceden una importancia extraordinaria al tema de la Resolución de Problemas en una doble vertiente: como método y como contenido. Por este motivo, la Sociedad Castellano-Leonesa de Profesorado de Matemáticas (SCLPM), siguiendo el ejemplo de otras Sociedades de Profesores de Matemáticas, convoca la Olimpiada de Resolución de Problemas, en la que se propone, entre otros objetivos, estimular entre el alumnado el gusto por las matemáticas y popularizar el área de Matemáticas como una actividad formativa y divertida para estudiantes y profesores. Con todo esto se intenta, sobre todo, mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

En esta edición, con motivo del Año Mundial de las Matemáticas, en la fase autonómica han participado alumnos y alumnas de 2º y 4º de E.S.O., contando así con un mayor número de alumnos y profesores participantes.

Presentamos aquí las actividades realizadas durante el curso 1999/2000 en las Olimpiadas Provinciales y en la Olimpiada Autonómica, celebrada en el Castillo de la Mota en Medina del Campo (Valladolid).

En nombre de la Sociedad Castellano-Leonesa, nuestro más profundo agradecimiento a todos los profesores y alumnos que han participado en las Olimpiadas y a las numerosas instituciones públicas y privadas que nos han apoyado. En particular, queremos animar a los profesores a seguir participando en esta actividad que supone, además, un momento de encuentro entre compañeros y facilita la comunicación y el intercambio de experiencias.

Chelo Monterrubio

Coordinadora de la VIII Olimpiada Regional

Olimpiada 2000, 1º CICLO
B U R G O S

PRUEBA POR EQUIPOS

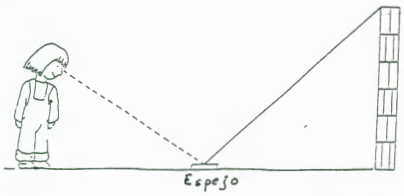
Vamos a medir unas alturas inaccesibles.

Se utilizan diversos métodos para medir las diferentes alturas, todos ellos basados en **semejanza de triángulos.**

Con papel y lápiz, cinta métrica y un espejo trata de medir en el ARCO SANTA MARÍA.

1) Las alturas de los dos arcos (entrada y salida)
2) la altura de la estatua de Diego Porcelos
3) el punto más alto de la bóveda que está dentro del Arco.

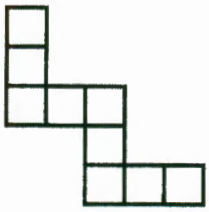
Describir detalladamente el proceso seguido



PROBLEMA 1

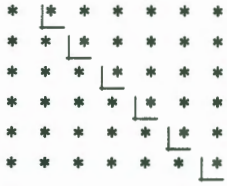
¿ De cuántas maneras se pueden colocar los números del 1 al 9 en las casillas del dibujo, de manera que cada tira horizontal o vertical sume 13?

Señala cuál ha sido, a tu juicio, la idea fundamental que permite resolver el problema.



PROBLEMA 2

Usa la figura de estrellas para explicar por qué es válida para cualquier número natural n, la fórmula $1 + 2 + 3 + ... + n = \frac{n.(n+1)}{2}$



PROBLEMA 3

En un concurso de televisión tres concursantes intentan acertar el número de judías que contiene un tarro de cristal. D. Abilio dice que hay 260, Dña. Gertru cree que hay 274, y Dña. Carmen propone que hay 234 judías. Sabemos que un concursante se ha equivocado en 9 judías, otro en 17 y otro en 31. ¿Puedes deducir cuál es el número de judías del tarro?

Olimpiada 2000, 2º CICLO
B U R G O S

PRUEBA POR EQUIPOS

"LA HORMIGA TREPADORA"

Se solía decir, acerca de la antigua Península Ibérica, que una ardilla podría cruzarla de Norte a Sur sin necesidad de tocar el suelo, es decir, pasando de árbol a árbol.

Del mismo modo, se podría decir que en nuestro paseo de El Espolón, una Hormiga, trepadora, eso sí, podría ir desde el Teatro Principal hasta el Arco de Santamaría, sin bajarse al suelo, donde seguro que la acecharían peligros diversos.

Podría ir pasando de rama en rama, sin necesidad de saltar ni volar, pasando de uno a otro por esos maravillosos plátanos que surcan nuestro no menos bonito paseo.

Ahora bien, ¿de cuántas maneras distintas podría pasar nuestra hormiga desde un árbol al siguente de su recorrido sin retroceder nunca al árbol anterior?

Investigad las posibilidades que hay entre los dos primeros árboles que hay más cercanos al Teatro Principal.

Escoged aleatoriamente cinco parejas más de árboles de esa misma hilera, la izquierda del paseo si miramos desde el Teatro, y haced lo mismo.

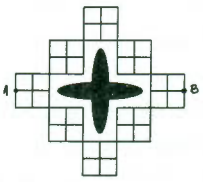
Haced un estudio estadístico de las diferentes posibilidades que habéis encontrado en las diferentes parejas de árboles elegidas.

Intentad hacer una aproximación a la siguientes cuestiones: ¿De cuántas maneras diferentes podría ir la hormiga de extremo a extremo del paseo sin retroceder nunca de un árbol al anterior por el que ha pasado?, ¿Qué distancia habría recorrido en este trayecto?, ¿Cuántas ramas atravesaría durante su recorrido?

PROBLEMA 1

El estanque cruciforme de la figura está rodeado de un entramado de caminos.

¿Cuántas rutas diferentes se pueden seguir para ir de A hasta B si el recorrido ha de ser el menor posible y no se puede salir de los caminos?



PROBLEMA 2

Se quieren plantar 324 árboles en un terreno rectangular ABCD de dimensiones 32x140. Los árboles deben quedar en filas equidistantes y paralelas a AB, la primera sobre AB y la última sobre AD.

En ambas direcciones la distancia entre filas es la misma. Explica como queda la plantación de árboles.

PROBLEMA 3

Un número natural tiene tres cifras. La suma de ellas es 24. Disminuye 9 unidades cuando se permutan las dos últimas cifras y 90 cuando se permutan las dos primeras. ¿De qué numero se trata?

PROBLEMA 4

El número 7^{135} es enormemente grande. ¿Sabrías decir cuáles son sus dos últimas cifras? ¿Y sus tres últimas? ¿Puedes decir más cifras?

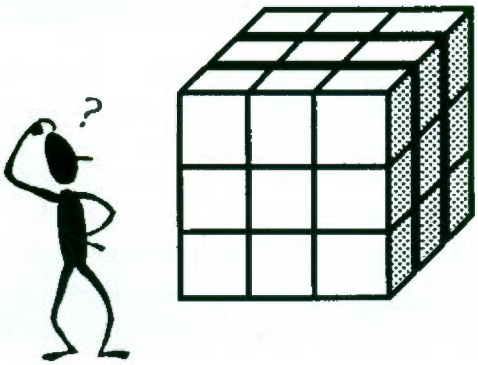
Trata de buscar un método que te permita conocer las últimas cifras de cualquier potencia de 7.

Olimpiada 2000, 1º CICLO
L E Ó N

1. EL CUBO PINTADO.

Tenemos un cubo de 3*3*3 (formado por 27 cubitos) Le pintamos por fuera.
¿Cuántos cubitos quedarían pintados por una de sus caras? ¿y por dos caras? ¿Y por tres caras? Y por ninguna cara.

Responde a las mismas preguntas si el cubo inicial es 4*4*4.
Intenta encontrar una expresión general que nos dé el número de cubitos por 0,1,2,3 caras en el caso de que el cubo sea n*n*n (n número cualquiera).

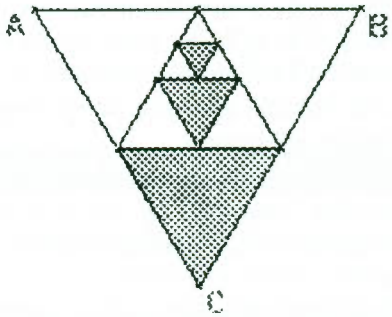


2. EL CLUB DE TENIS.

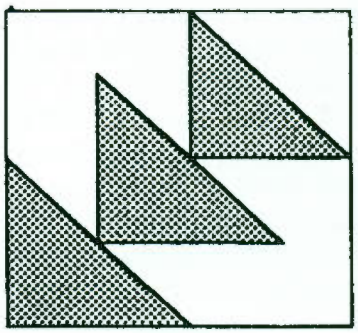
Un club de tenis organizó un campeonato de individuales entre sus socios.
Cada jugador que perdiera un partido quedaba automáticamente eliminado. Cada partido se juega con una pelota nueva. Se inscribieron y participaron 111 socios. ¿Cuántas pelotas nuevas se usaron?

3. EL TRIÁNGULO

a) El triángulo ABC de la figura es equilátero, y su área es 4 m^2. Los triángulos interiores se forman uniendo los puntos medios de los lados. Calcula el área de la zona sombreada.



b) Expresa en forma de fracción la parte sombreada con respecto al total.

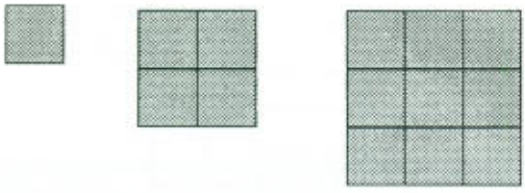


Olimpiada 2000, 2º CICLO
L E Ó N

1. PALILLOS.

Observa la siguiente figura construida con palillos.

N= 1 2 3



En cada caso necesitamos:

4 12 24 ...Palillos

¿Cuántos palillos se necesitan para construir el cuadrado, N= 5?. Y para N= 20. Intenta determinar el número de palillos para un cuadrado cualquiera de lado N.

2. EL LADRILLO

Un ladrillo de cerámica pesa 2 Kg. ¿Cuánto pesará un ladrillo para bricolage hecho del mismo materiales y cuyas dimensiones sean cuatro veces menores.

Si quisieramos hacer un ladrillo del mismo material que pesara el doble del original, ¿en cuánto habría que aumentar las dimensiones?

3. UN PASTOR

Un pastor dispone de un gran rebaño de cabras y un inmenso campo donde diariamente las suelta a pastar. Pero ya se sabe, "la cabra tira al monte" con lo que todos los días se escapan lejos de donde las soltó. Nuestro desesperado pastor decide atar a cada cabra a un poste con una cuerda de longitud igual para cada cabra.

A) ¿En que disposición ha de colocar los postes, para que se aproveche el espacio lo máximo posible? Como ves quedan espacios sin pastar.

B) Si cada cuerda es de 10 m. de larga, calcula la superficie de cada espacio de los que queda sin pastar.

Olimpiada 2000, 1º CICLO
S A L A M A N C A

PROBLEMA Nº1: VISITA A LA GRANJA

Hoy la clase está de fiesta. Han ido a visitar una granja. ¡La de animalitos que hay!. Jorge está emocionado y deseando llegar a casa para contarle a su madre lo que ha visto. Desde luego, lo que más le gustó fue el sitio donde estaban conejos y pollos. Se acuerda que el encargado de la granja les dijo que había 100 patas. Y también que había más pollitos que conejos. ¿Puedes tú ayudarle a saber cuántos había de cada clase?.

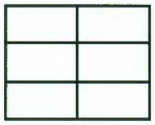
PROBLEMA Nº2: UN NEGOCIO RUINOSO

Cada vez que me dejes tu monedero, te duplico el dinero que tengas dentro, pero te cobraré por ello 120 pesetas -le decía un amigo a otro-.

El amigo aceptó el trato, pero se llevó una sorpresa al darse cuenta que después de tres veces se había quedado sin dinero. ¿Cuántas pesetas tenía en el monedero?.

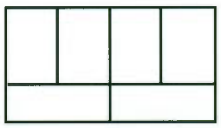
PROBLEMA Nº3: EL DOMINÓ

Mi hija Inés tiene un dominó de juguete en el que cada ficha tiene el dibujo de dos animales y tiene el doble de largo que de ancho. Ha jugado con él durante mucho tiempo y hoy, que ya es mayorcita, ya sólo le quedan seis fichas. Normalmente lo guardábamos colocándolas de la manera que ves en el dibujo:

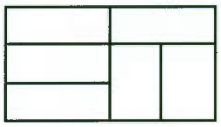


Ayer mi hija me propuso investigar de cuantos modos diferentes podíamos colocar las seis fichas en el fondo de la caja. Enseguida se nos ocurrieron unas cuantas:

A



B



C

Pero Inés me hizo ver que en realidad B y C eran la misma forma, pues girando 180º la figura B me quedaría exactamente igual que C.

Ayer pasamos la tarde buscando las formas realmente diferentes que puede haber. ¿Podrías ayudarnos?. ¿Estás seguro de que has conseguido todas?. Explica cómo las construyes y por qué estás seguro de no haber olvidado ninguna.

Tened en cuenta que al resolver un problema, el resultado es tan importante como el proceso que se ha seguido para llegar a él. Por tanto, valoraremos especialmente las explicaciones sobre el procedimiento empleado en su resolución.

Olimpiada 2000, 2º CICLO
S A L A M A N C A

1. MÚLTIPLO DE SEIS

Piensa en un número natural cualquiera. Calcula su cubo. Réstale el mismo número. Comprueba que el resultado es múltiplo de 6. Si esto es así independientemente del número pensado, intenta demostrar la siguiente propiedad: "La diferencia del cubo de un número natural y dicho número es siempre múltiplo de 6".

2. TORNEO DE CAMPEONES

Cuadro equipos de fútbol: Chelsea, Lazio, Manchester United y U.D. Salamanca, disputan un torneo cuadrangular de una ronda (cada equipo juega contra los otros tres una sola vez).

Disputados algunos partidos, se da a conocer la siguiente tabla parcial incompleta:

	Partidos jugados	Partidos ganados	Partidos empatados	Partidos perdidos	Goles a favor	Goles en contra
Chelsea	2					
Lazio			2		5	5
Manchester	2			1	3	1
Salamanca			1			2

Averigua el resultado de cada partido disputado de forma razonada.

3. RELOJES ESTROPEADOS

Dos relojes, A y B, marcan en un momento determinado las 12 en punto. El primero se adelanta 7 minutos por hora, mientras que el segundo se retrasa 3 minutos por hora. ¿Cuánto tiempo pasará hasta que vuelvan a coincidir las horas marcadas por ambos?. ¿Qué hora marcarán los relojes en ese momento?.

4. LADOS Y RADIO

Dibuja un cuadrado y la circunferencia que pasa por sus cuatro vértices. ¿Qué relación hay entre el lado del cuadrado y el radio de la circunferencia?.

Aprovechando lo anterior, dibuja un octógono regular por cuyos vértices pase la circunferencia. Encuentra la relación existente entre su radio, el lado del cuadrado y el del octógono.

Olimpiada 2000, 2º E.S.O.
S O R I A

1. NO HAY CAMBIO

Un hombre intenta infructuosamente sacar tabaco de un máquina en un bar con una moneda, al parecer defectuosa, de cien pesetas. Se dirige al camarero y le pregunta:

- ¿Podría cambiarme esta moneda por otra de cien?
- Lo siento, no tengo ninguna.
- Entonces, por favor, déme suelto.
- Lo siento, no puedo.

El hombre busca en su bolsillo y le dice al camarero:

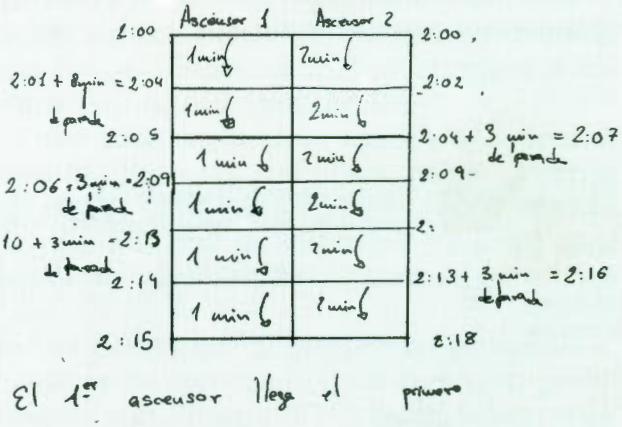
- Entonces, por favor, cámbieme esta moneda de 50 para telefonear.
- Lo siento, tampoco puedo cambiársela. Y tampoco podría cambiarle una de 25, ni una de 10, ni siquiera una de 5.
- ¿Es posible que no tenga usted ninguna moneda?.
- No he dicho tal cosa -replica el camarero-. De hecho, tengo 115 pesetas en monedas.

¿Qué monedas tiene el camarero?.

2. LOS ASCENSORES

Dos ascensores parten del sexto piso de un edificio a las dos de la tarde y ambos van bajando. El más rápido tarda un minuto en ir de un piso al otro y el más lento tarda 2 minutos en lo mismo. El primer ascensor que llegue a un piso tendrá que parar 3 minutos para que suban los pasajeros.

¿Qué ascensor llegará el primero al vestíbulo situado en la planta baja?



Olimpiada 2000, 2º E.S.O.
S O R I A

3. UN ALTO EN EL CAMINO

Los Gómez y los Hernández acuerdan realizar un viaje juntos, aunque cada familia viaja en su coche. Parten a la vez de Soria, y fijan el lugar de la primera parada. Llevaban esperando media hora los Gómez, cuando llegó el coche de los Hernández. Éstos fueron a una velocidad media de 60 Km./h y los Gómez con una velocidad media de 70 Km./h.

¿A cuántos Km. de Soria estaba situada la primera parada?.

Solución:

El coche de los Gómez le saca al de los Hernández 10 km. de ventaja por cada hora de viaje. A la velocidad de 60 km., el coche de los Hernández recorre 30 km. durante la media hora que los Gómez estuvieron esperándole. Estos 30 km. representan la ventaja total de un coche sobre otro. Para obtenerla, el coche de los Gómez tuvo que circular durante 3 horas, pues en cada hora conseguía una ventaja de 10 km. Por tanto el trayecto fué de:

70 km./h. x 3 horas = 210 km.

Soria estaba a 210 km. de distancia de la primera parada.

PRUEBA POR EQUIPOS

El interior de San Miguel es muy sencillo y se ilumina por dos ventanas abiertas sobre el pórtico y otra aspillera sobre el coro. Estas ventanas aparecen, en el exterior, cobijadas por grandes arquivoltas.

La torre de la iglesia es cuadrada y se diferencian dos cuerpos: uno primero de piedra y el segundo (el superior) de ladrillo. San Miguel es la iglesia románica con la galería porticada más antigua de España y de origen oriental. Respecto a la función de San Miguel, algunos historiadores piensan que era el lugar de reunión de catecúmenos mudéjares y judíos; otros piensan que podría ser la zona del baptisterio; lo más común es pensar que era lugar de reunión, donde guarecerse de las inclemencias del tiempo.

Como parroquia, fue la de mayor valor de las tres que existían en San Esteban, pero fue suprimida -como parroquia- en la reforma de la Diócesis de Osma, auspiciada por el Obispo Guisasola, en 1896. Objetivo:

Pretendemos que hagáis un pequeño estudio arquitectónico de la iglesia y para ello: Estimar el número de ladrillos que tiene la parte superior de la torre de la Iglesia de San Miguel.

Olimpiada 2000, 4º E.S.O.
S O R I A

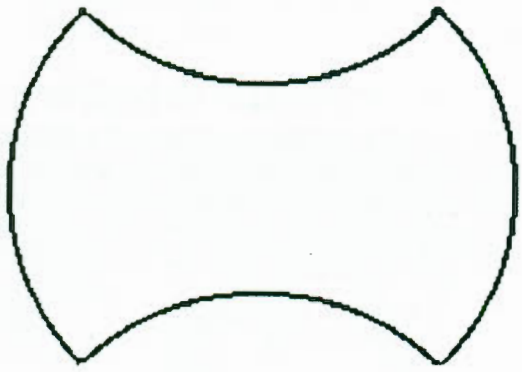
1. EN EL PAÍS DE LAS FLORES

En el país de las flores, los trabajadores y trabajadores deben pagar el 1% de su salario si cobran 1000 rupias, un 2% si cobran 2000 rupias, un 3% si cobran 3000 rupias, etc.

Si vivieras en ese país. ¿Cuál sería tu salario ideal?

2. LA CIRCUNFERENCIA ARQUEADA

Una circunferencia de radio 1 cm. se divide en cuatro arcos iguales para formar la figura que se indica a continuación.



¿Cuánto vale el área de la figura?. Justifícalo.

3. LOS ANUNCIOS DE CERVEZA EN LA AUTOPISTA

Clara conducía su automóvil a velocidad prácticamente constante. Iba acompañada por su marido.
- ¿Te has dado cuenta de que los anuncios de cerveza parecen estar regularmente espaciados a lo largo de la carretera? -le dijo a su marido- Me pregunto a qué distancia estarán unos de otros.

El marido echó un vistazo a su reloj y contó el número de anuncios que rebasaban en un minuto.
- ¡Qué curioso! -exclamó Clara-. Si se multiplica ese número por diez se obtiene exactamente nuestra velocidad en Kilómetros por hora.

Admitiendo que la velocidad del coche sea constante, que los anuncios estén igualmente espaciados entre si, y que al empezar y terminar de contar el minuto el coche se encontraba entre dos anuncios, ¿qué distancia los separa?.

4.LA DEFENSA DE UNA FORTALEZA EN LA EDAD MEDIA

Una fortaleza tiene forma de cuadrilátero convexo y 1000 metros de perímetro. Está defendida por una compacta dotación de arqueros cuyos arcos tienen un alcance de 100 metros.

Determina el área del territorio bajo control de los arqueros y la longitud del contorno exterior de dicho territorio.

¿Y si la fortaleza fuera cicular?

¿Y si tuviera forma poligonal convexa?.

Olimpiada 2000, 4º E.S.O.
S O R I A

PRUEBA POR PAREJAS

"El criado de Bagdad"

Erase una vez, en la ciudad de Bagdad, un criado que servía a un rico mercader. Un día, muy de mañana, el criado se dirigió al mercado para hacer la compra. Pero esa mañana no fue como todas las demás, porque esa mañana vio allá a la Muerte y porque la Muerte le hizo un gesto.

Aterrado el criado volvió a casa del mercader.

- Amo, -le dijo- déjame el caballo más veloz de la casa. Esta noche quiero estar muy lejos de Bagdad. Esta noche quiero estar en la remota ciudad de Ispahán.
- Pero ¿por qué quieres huir? -le preguntó el mercader.
- Porque he visto a la Muerte en el mercado y me ha hecho un gesto de amenaza.

El mercader se compadeció de él y le dejó el caballo, y el criado partió con la esperanza de estar por la noche en Ispahán.

El caballo era fuerte y rápido, y, como esperaba, el criado llegó a Ispahán con las primeras estrellas. Comenzó a llamar de casa en casa, pidiendo amparo.

- Estoy escapando de la Muerte y os pido asilo - decía a los que le escuchaban.

Pero aquella gente se aterrorizaba al oir mencionar a la Muerte y le cerraban las puertas. El criado recorrió durante tres, cuatro, cinco horas las calles de Ispahán fatigándose en vano. Pero antes de amanecer llegó a la casa de un hombre que se llamaba Kalbum Dahabin.

- La Muerte me ha hecho un gesto de amenaza esta mañana, en el mercado de Bagdad, y vengo huyendo de allí. Te lo ruego dame refugio.
- Si la Muerte te ha amenazado en Bagdad -le dijo Kalbum Dahabin- no se habrá quedado allí. Te ha seguido a Ispahán, tenlo por seguro.
- ¡Entonces estoy perdido! -exclamó el criado.
- No desesperes todavía -contestó Kalbum- has tenido suerte al encontrarme.

De esta casa parte una cueva que puede ser tu salvación. Sígueme.

Al poco tiempo se encontró con ventiséis personas más, que huían de la Muerte, como él, en una cueva de la que partían tres caminos. Uno de ellos conducía al exterior en un hora. Si conseguían encontrar ese camino estaban salvados. Los dos restantes no tenían salida; si estaban por uno de ellos volvían a la cueva en dos días; si lo hacían por otro, volvían en tres días.

Como no llevaban ninguna luz y la cueva estaba oscura y llena de obstáculos, habrían de elegir en cada intento de salida, uno de los tres caminos al azar. Cada uno solo disponía de comida y agua para sobrevivir durante menos de seis días.

¿Cuántas de las 27 personas crees que lograría salir de la cueva?
¿Cuántos se salvarían si hubiese 57 personas?
¿Y si hubiese 18?
Si hubiera un número cualquiera de personas ¿qué proporción de ellas se salvaría?

Si tuvieran alimento para subsistir indefinidamente, ¿crees que se salvarían todos? ¿cuánto tiempo crees que tardaría cada uno en salir, por término medio?

Olimpiada 2000, 2º E.S.O.
V A L L A D O L I D

PROBLEMA 1

Tenemos tres cajas. Una contiene tornillos, otra tuercas y la tercera clavos. La persona que ha puesto las etiquetas de lo que contenían se ha confundido y no ha acertado con ninguna. Abriendo una sola caja y sacando una sola pieza, ¿cómo se puede conseguir poner en cada caja la etiqueta correcta?

PROBLEMA 2

Dos corredores salen del mismo punto, la distancia a recorrer es 20 m.; cuando el corredor A llega a la meta, al corredor B le faltan todavía 3 m. Repiten la carrera y la generosidad del corredor A le lleva a proponer a B: "Te doy 3 m. de ventaja, es decir, empiezo la carrera 3 m. por detrás de ti". Si corren con las mismas condiciones de la primera vez, ¿quien llegará primero a la meta?

Solución:

1ª Carrera:

20 metros	
17 metros	3 m.

Cuando A llega al final, a B le quedan 3 m. para llegar a la meta.

2ª Carrera:

3 m.	17 metros	3 m.
	17 metros	3 m.

Cuando A ha recorrido 20 metros, B ha recorrido 17 metros, por lo tanto quedan otros 3 metros que los correrá más rápido A. Por lo tanto aunque le deje ventaja, llegará a la meta A antes que B.

PROBLEMA 3

¿Cómo medirías los once minutos que son necesarios para cocer un bizcocho, con dos relojes de arena de 8 y 5 minutos respectivamente?

PROBLEMA 4

La producción de sandías es de 18 Kg. por huerto. Cada sandía pesa un kilo y medio.
El tío Paco tiene un huerto y medio.
Cada cliente compra una sandía y media. ¿Cuántos clientes hacen falta para agotar todas las existencias del tío Paco?

Olimpiada 2000, 4º E.S.O.
VALLADOLID

PROBLEMA 1

Considera dos recipientes, A y P. Supongamos que A contiene 10 litros de agua del Océano Atlántico, mientras que P contiene la misma cantidad de agua del Pacífico. Le quitamos 2 litros de agua del Atlántico al recipiente A y los echamos en P. Una vez mezclado concienzudamente el líquido, extraemos 2 litros de P y los echamos en A. ¿Qué recipiente tiene ahora más cantidad de agua forastera, siendo la del Atlántico forastera en P y la del Pacífico forastera en A?

PROBLEMA 2

Cierta convención reunía a cien políticos. Cada político era o bien deshonesto o bien honesto. Se dan los datos:

a) Al menos uno de los políticos era honesto.

b) Dado cualquier par de políticos, al menos uno de los dos era deshonesto.

¿Puede determinarse partiendo de estos dos datos cuántos políticos eran honestos y cuántos deshonestos

PROBLEMA 3

Tres docenas de limones cuestan tantos duros como limones dan por 16 duros.

¿Cuánto vale la docena de limones?

PROBLEMA 4

Tres misioneros se perdieron explorando las junglas del planeta Aurilión. Separados de sus compañeros, sin alimento y sin radio, sólo sabían que para llegar a su destino debían ir siempre hacia delante. Los tres misioneros se detuvieron frente a un río que les bloqueaba el paso, preguntándose qué harían. De repente, aparecieron tres caníbales llevando un bote, pues también ellos querían cruzar el río. Ya anteriormente se habían encontrado grupos de misioneros y caníbales; cada uno respetaba a los otros, pero sin confiar en ellos. Los misioneros se aprovechaban de los caníbales cuando les superaban un número, bautizándoles quisieran o no antes de que pudieran escapar.

Los tres caníbales deseaban ayudar a los misioneros a cruzar el río, pero su bote no podía llevar más de dos personas a la vez y no querían que los misioneros les aventajaran en número. ¿Cómo puede resolver el problema?

Solución:

1	CCCMMM	←	
2	CCCM	→	MM
3	CCCMM	←	M
4	CCC	→	MMM
5	CCCM	←	MM
6	CM	→	CCMM
7	CCMM	←	CM
8	MM	→	CCCM
9	MMM	←	CCC
10	M	→	CCCMM
11	MM	←	CCCM
12		→	CCCMMM

M: Misionero
C: Canibal

Olimpiada 2000, 2º E.S.O.
Z A M O R A

1. LA ESCUELA OFICIAL DE IDIOMAS

En la escuela Oficial de Idiomas de Zamora se imparten 4 idiomas: Inglés, Francés, Alemán e Italiano. En Inglés hay matriculados 60 alumnos; en Francés, 50; en Alemán, 40 y en Italiano 35. Hay 30 alumnos matriculados en dos idiomas a la vez, 15 alumnos en 3 idiomas a la vez y 1 alumno cursa los 4 idiomas al mismo tiempo. ¿Cuántos alumnos cursan un solo idioma?

60+50+40+35 = 185 matriculados
30 x 2 = 60 matrículas de 30 alumnos
15 x 3 = 45 matrículas de 15 alumnos
4 x 1 = 4 matrículas de 1 alumno.
60+45+4 = 109 185 - 109 = 76 alumnos cursan un solo idioma.

2. LAS NARANJAS

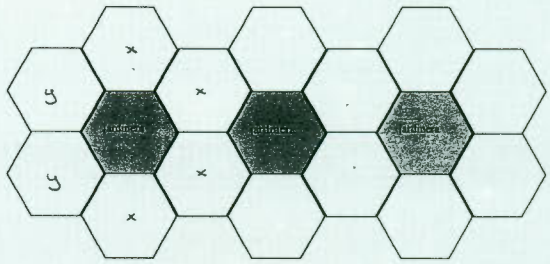
Tenemos 10 cajas numeradas del 1 al 10 y cada caja contiene 10 naranjas. Todas las naranjas pesan 100 g cada una, excepto las de una caja que pesan 110 g cada una.
Con una sola pesada de una báscula digital (no de balanza) en la que podemos pesar a la vez todas las naranjas que queramos ¿es posible saber qué caja contiene las naranjas más pesadas?

3. EL TRIÁNGULO EQUILÁTERO

Pedro dice que ha descubierto un método para construir triángulos equiláteros: "Se dibuja una circunferencia, y en ella se traza un diámetro cualquiera. Se divide el diámetro en cuatro partes iguales, y por una de las divisiones que no sea el centro (cualquiera de las otras dos) se traza una perpendicular al diámetro que corta a la circunferencia en dos puntos. Si unimos estos dos puntos con el extremo del diámetro más alejado de ellos se obtiene un triángulo equilátero".
Demuestra tú que el triángulo asi obtenido es equilátero.

4. LAS JARDINERAS

El ayuntamiento quiere instalar 75 jardineras alineadas en una sola fila y rodeadas con baldosas hexagonales según el modelo que se ve en la figura (En el modelo hay 14 baldosas rodeando a 3 jardineras), ¿Cuántas baldosas necesitará el ayuntamiento?



75 jardineras
14 baldosas para rodear 3 jardineras
4 baldosas · 75 Jardineras = 300 baldosas
300 + 2 baldosas = 302 baldosas necesita el ayuntamiento

dos 2 baldosas son las que se necesitan para empezar la hilera (→),
y las dos que se tienen que sumar al final son las que cierran la hilera.

- 74 x 4 = 296 baldosas en jardineras con 4 baldosas
1 jardinera de 6 baldosas.
296 + 6 = 302 baldosas jardineras para 75 jardineras.

Olimpiada 2000, 4º E.S.O.
Z A M O R A

1. LAS VACAS LECHERAS

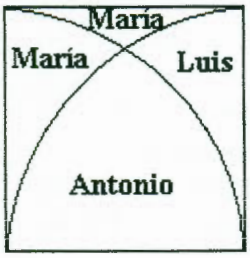
Cuatro vacas blancas y tres vacas negras dan tanta leche en 5 días como tres blancas y cinco negras en 4 días. ¿Qué clase de vaca da más leche? ¿En qué proporción?

2. NÚMERO DE TRES CIFRAS

Halla un número de 3 cifras sabiendo que la suma de las mismas es 9, el producto 24, y el número leído de derecha a izquierda es $\frac{27}{38}$ del número primitivo.

3. LA HERENCIA

María, Luis y Antonio son tres hermanos a los que su padre, al morir, les dejó en herencia una finca cuadrada de 400 m. de lado. El reparto no fue equitativo, sino que la finca se dividió en parcelas como indica la figura. Cada parcela fue adjudicada al hermano cuyo nombre figura en la misma.
Ahora han decidido venderla a 1000 ptas. el m^2, y el reparto de las ganancias ha de ser proporcional a la superficie que posee cada uno. ¿Qué cantidad le corresponde a cada hermano?



4. LA ÚLTIMA OPORTUNIDAD

Tu profesor de matemáticas te propone este trato: "Has de repartir 5 bolas, dos blancas y tres negras, entre dos urnas. Yo elegiré una urna al azar; y, también al azar, sacaré una bola de ella. Si la bola es negra suspenderás, y si es blanca aprobarás". ¿Cómo colocarías las bolas en las urnas para tener la máxima probabilidad de aprobar? ¿Qué probabilidad, en tanto por ciento, tendrías de aprobar en ese caso?

Olimpiada 2000, 2º E.S.O.
FASE AUTONÓMICA. VALLADOLID

1.BOMBILLA ENCENDIDA

Estás frente a una puerta cerrada que conduce a una habitación en donde hay una luz que proviene de una bombilla, pero donde estás no puedes ver si está encendida o apagada. Lo que si hay donde estás son cuatro interruptores de los cuales sólo uno enciende la bombilla. Puedes activar o desactivar los interruptores cuantas veces quieras, pero sólo puedes abrir la puerta para ver el estado de la bombilla, una vez.

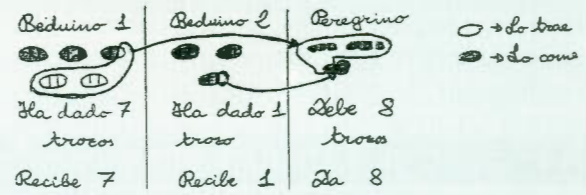
¿Cómo harás para determinar cual es el interruptor que enciende la bombilla?

2. LOS BEDUINOS

Dos beduinos se detuvieron en un oasis a descansar y reponer sus fuerzas. Cuando iban a comenzar a comer, se presenta un peregrino hambriento y sin provisiones. Los beduinos, hospitalarios y caritativos, repartieron equitativamente entre los tres sus menguadas provisiones. El primero llevaba 5 panes y el segundo 3. Para repartirlos por igual dividieron cada pan en tres trozos, comiendo así todos la misma cantidad.

Al despedirse, el peregrino como agradecimiento les obsequió con 8 monedas de plata. Al quedarse solos, el segundo beduino sugirió quedarse con 3 monedas ya que fueron 3 los panes que él cedió; sin embargo su compañero no estaba de acuerdo con ese reparto. ¿Está en lo cierto el primer beduino o es un egoísta? ¿Cómo repartirías tú las monedas?

Reparto de las monedas
5+3=8 → Nº total de panes
8·3=24 → Nº total de trozos
Cada uno se come 8 trozos y aportan:
1º) 3·5=15, 7 mas de los que ha comido
2º) 3·3=9, 1 mas de los que ha comido
P) Ninguno, 8 menos de los que ha comido, por lo que da 1 moneda por trozo de pan que se ha comido y no ha aportado. Y dado que el 1er beduino aporta 7 mas de los que come, merecería 7 monedas, mientras que el 2º solo 1.



3. ¿DÓNDE ESTAMOS?

Se quiere construir un plano con cinco ciudades, lo único que se conoce es el siguiente cuadro de distancias:

	A	B	C	D	E
B	42 Km.				
C	87 Km.	45 Km.			
D	82 Km.	52 Km.	48 Km.		
E	64 Km.	86 Km.	123 Km.	91 Km.	

Olimpiada 2000, 2º E.S.O.
FASE AUTONÓMICA. VALLADOLID

4. POR QUÉ LA DEJÓ

Una amiga de mi mujer trabaja en Madrid, pero su familia es de Burgos, y su novio vive en Córdoba con su familia. Esta chica pasa el fin de semana indistintamente en Burgos o en Córdoba, cuando sale los viernes por la tarde del trabajo, va directamente a la estación de autobuses y toma el primer autobús que salga, bien para Burgos o para Córdoba. Los autobuses para Burgos salen cada hora en punto, y los de Córdoba siempre cinco minutos después. El caso es que el novio harto de no verla, se casó el mes pasado con otra.

¿Cuál era el motivo por el cual el novio le veía tan poco?, es decir, ¿por qué ella viajaba tan pocas veces a Córdoba?

Es evidente que ella no sale siempre a la misma hora, que el precio del autobús es irrelevante y que ha ido muchas más veces a Burgos que a Córdoba.

Es evidente que si los autobuses para Córdoba salen 5 minutos después que los de Burgos, la mayoría de las veces va a coger el de Burgos.

Si, por ejemplo, la mujer va al autobús a una hora en punto o a las Xh con más de 5 minutos, naturalmente el primer autobús que sale es el de Burgos.

El único caso en el que esta mujer podría tomar el vehículo para Córdoba sería si llegase a la estación entre los 5 minutos siguientes a una hora punta.

El tanto por ciento de posibilidades que tiene de tomar un autobús para Burgos es el siguiente:

Si a 60 min. le corresponden el (le) 100% de posibilidades, a 55 min. (es el intervalo entre el autobús de Córdoba y el siguiente hacia Burgos), le corresponderán X.
Por tanto, aplicando la regla de 3:

60 min — 100%
55 min — X

$$X = \frac{55 \cdot 100}{60} = \frac{5500}{60} = \simeq 91'66\ \%$$ de posibilidades.

Por tanto, el porcentaje de posibilidades para tomar un autobús hacia Córdoba sería de

$100 - 91'66 = \simeq 8'34\%$ de posibilidades.

Olimpiada 2000, 4º E.S.O.
FASE AUTONÓMICA. VALLADOLID

1. REPARTO DE TRIGO

Se reparten 100 Kg. de trigo entre 100 personas. Los hombres reciben 3 kilos cada uno, las mujeres dos y los niños medio. ¿Cuántos hombres, mujeres y niños puede haber?

Creo que no existe un nº fijo de personas que lo cumplan, sino que puede haber varias cantidades. Para saber cuáles son válidas y cuales no, hacemos una ecuación:

Nº hombres → H
Nº mujeres → M
Nº niños → 100 − H − M (como hay 100 en total, los niños serán el total menos la suma de hombres y mujeres.)

Sabemos que cada hombre se lleva 3 kg, cada mujer 2 kg y cada niño 0,5. En total han de sumar 100 kg. Por tanto:

$$3H + 2M + \frac{100 - H - M}{2} = 100$$

$$6H + 4M + 100 - H - M = 200$$

$$\boxed{5H + 3M = 100}$$

Como suponíamos, hay varias soluciones con números naturales (con racionales serían infinitas, pero dividir a personas no tiene sentido). Vamos a sacar una serie de conclusiones:

① 5H siempre será múltiplo de 5 (obviamente)
② Si un sumando es un múltiplo de 5, para que la suma sea también múltiplo de 5, lógicamente el 1º sumando tendrá que ser un múltiplo de 5.
③ Si queremos que un número de la forma 3M sea múltiplo de 5 para val. de M naturales, M tiene que ser múltiplo de 5. El nº de niños dependen del de mujeres y hombres. Veamos todas las posibles resultados (los valores de los hombres se obtienen a partir de la ecuación de la pág. anterior → $\boxed{5H + 3M = 100}$)

Para M = 5:
5 mujeres → 10 kg
17 hombres → 51 kg
78 niños → 39 kg
Total = 100 pers / Total = 100 kg

Para M = 10:
10 mujeres → 20 kg
14 hombres → 42 kg
76 niños → 38 kg
Total = 100 pers / Total = 100 kg

Para M = 15:
15 mujeres → 30 kg
11 hombres → 33 kg
74 niños → 37 kg
100 pers / 100 kg

Para M = 20:
20 mujeres → 40 kg
8 hombres → 24 kg
72 niños → 36 kg
100 pers / 100 kg

Para M = 25
25 mujeres → 50 kg
5 hombres → 15 kg
70 niños → 35 kg
100 pers / 100 kg

Para M = 30
30 mujeres → 60 kg
2 hombres → 6 kg
68 niños → 34 kg
100 pers / 100 kg

No hay más resultados, ya que para que se cumpla la ecuación de arriba para M > 30, el número de hombres ha de ser negativo, algo absurdo

Prueba Individual

Coordinadores

Olimpiada 2000, 4º E.S.O.
FASE AUTONÓMICA. VALLADOLID

2. PREDECIR LA CUENTA.

El último día del año un matemático se vió sorprendido por la extraña manera en que su hija pequeña contaba con los dedos de la mano izquierda. Empezó por llamar 1 al pulgar, 2 al índice, 3 al anular, 4 al corazón y 5 al meñique; en ese momento invirtió la dirección, llamando 6 al corazón, 7 al anular, 8 al índice, 9 al pulgar, 10 de nuevo al índice, 11 al anular, y así sucesivamente. Continuó contando hacia adelante y hacia atrás hasta llegar a contar el 20 de su dedo corazón.

Padre: ¿Qué demonios estás haciendo?
Hija: Estoy contando hasta 1962 para ver en qué dedo termino.
Padre: (Cerrando los ojos) Terminarás en el ...
Cuando la niña terminó de contar vio que su padre estaba en lo cierto.
¿Cómo llegó el padre a su predicción y qué dedo predijo?

Visita a Urueña

Para resolver este problema, primero decidí escribir el ejemplo de forma gráfica, es decir:

① 1 2 4 3 5
② 9 8 6 7 5
③ 9 10 12 11 13
④ 17 16 14 15 13

(el lugar que ocupan los números son los de los dedos: pulgar, índice, corazón, anular y meñique respectivamente).

y así sucesivamente. Observo entonces, que en la primera vuelta, cuenta todos los dedos, por lo que ~~#~~ dice 5 números, pero en los demás, repite uno (bueno, en realidad no lo cuenta, no le asigna número), de modo que en las sucesivas cuentas sólo cuenta 4 dedos más.
Una vez me percaté de esto, y probando con números pequeños (por comodidad) descubrí la regla para saber cualquier número. Por ejemplo, para saber donde caería el número 14, le resto 5 (que son los 5 primeros números que rompen la cadena de 4 por vuelta); (14-5=9). Obtengo un nuevo que es dividido entre 4 (~~para saber~~ porque en todas las vueltas hay 4 números de más) (9:4=2,25) Para poder continuar, tengo que saber en qué fila se encuentra el número buscado (las filas están numeradas en rojo) y también su dirección). Para ello, sumo ~~la~~ 1+2=3 (1 es la primera fila de 5 números que resté)(2 es el resultado de la división entre cuatro, ya que 1 fila son 4)
El resultado es tres, pero como el resultado de la división anterior no es exacto, hay que añadirle una fila más, es decir, estará en la 4ª fila (si se mira el dibujo así se verá como coincide). Esto da la fila nos sirve para saber la dirección en que cuenta (de izquierda a derecha o viceversa), o lo que es lo mismo el orden que da. En las filas impares es izquierda-derecha y en las pares al contrario.
Como el ~~14~~ está en la fila 4 (par) va de derecha a izquierda, es decir sigue este esquema

4º 3º 1º 2º R (R= repetido).

Miramos ~~El dividir~~ la división anterior (9:4=2,25) y de ahí sabemos que si multiplicamos 0,25 x 4 = 1, obtenemos la posición que ocupa, ya que las filas han de ser nºs exactos (2 en este caso), por lo que el 0,25 al multiplicar por 4 es la posición. Por lo que el 14 está en el corazón (coincide).

Siguiendo este proceso con el 1962, obtengo lo siguiente.

Posición: 1962 - 5 = 1957 / 1957 : 4 = 489,25. / 0,25 · 4 = 1 (posición).

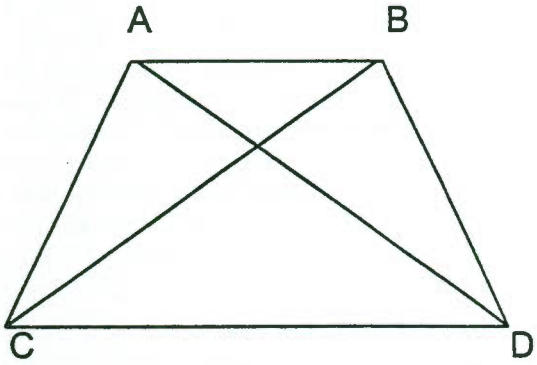
Fila: 1+489+1 = 491 / fila impar = R ① 3 2 4

~~Es~~ El 1962 cae en el dedo índice.

Olimpiada 2000, 4º E.S.O.
FASE AUTONÓMICA

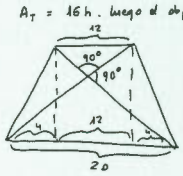
3. TRAPECIO

Determinar el área de un trapecio isósceles cuya bases miden 12 y 20 cm. y sus diagonales son perpendiculares.



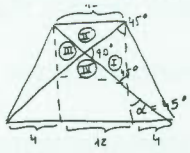
Prueba Individual

El área de un trapecio es igual a $\frac{b+B\cdot h}{2}$; luego tenemos $A_T = \frac{32h}{2} \Rightarrow$ $A_T = 16h$. Luego el objetivo es encontrar la altura, para lo cual tenemos

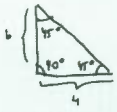


- En primer lugar, al ser un trapecio isósceles cuya base menor es igual a 3/5 de la base mayor (12/20), podemos llegar a la conclusión de que la proyección (por llamarlo de alguna forma) de la base menor sobre la mayor, al ser ambas paralelas entre sí, es igual a 12, de lo que sacamos que lo que queda a cada lado, al tratarse de un trapecio isósceles, es igual a 8/2, es decir, 4 cm. a cada lado.

- Después, hemos de decir que, como veremos en la figura de la cara posterior, el ángulo "α" es igual a 45°, dado que es opuesto al vértice con el triángulo al que hemos denominado en la figura triángulo "I". Dicho triángulo "I" es rectángulo y forma ángulos de 45°, dado que es la cuarta parte del cuadrado que forma conjuntamente con los triángulos "II", "III", y "IV".

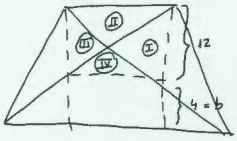


- De todo lo anterior concluimos que el pequeño triángulo que contiene al ángulo "α" queda simplificado a esto:



- De lo que concluimos que el lado "b" (el cateto "b") es igual a 4 cm.

- Por lo que la altura será igual a:



- La suma del lado del cuadrado que forman los triángulos iguales "I", "II", "III" y "IV" más el lado "b" del triángulo anteriormente mencionado, es decir, 12 + 4 = 16 cm.

- De lo que tenemos que:

$$A_{TRAPECIO} = \frac{(12+20)\cdot 16}{2} = \frac{32\cdot 16}{2} = \frac{512}{2} = \boxed{256\ cm^2}$$

- El área del trapecio es $\boxed{256\ cm^2}$

PRUEBA POR EQUIPOS
ACTIVIDAD 1

EL CASTILLO DE LA MOTA

Introducción:

Situado sobre un cerro o Mota, el actual castillo se asienta sobre lienzos de muralla del s. XII construyéndose en los s: XIII, XIV y XV, por Juan II, Enrique IV y los Reyes Católicos respectivamente, siendo maestro mayor de las obras en su última etapa Alonso Nieto, no obstante, entre los años 1480 y 1483 constan pagos a Abdallah "maestro de las obras de la Mota" y al maestre Ali de Lerma.

Su planta es trapezoidal y sus descomunales proporciones nos hablan de su destino originario, ligado a constituirse, en tiempos de los Reyes Católicos en el principal baluarte militar de Castilla al tiempo que se configura como gran deposito de piezas de artillería.

Construcción de carácter estratégico situada donde confluyen todos los antiguos caminos y cañadas que llegan hasta Medina del Campo.

Como tal plaza artillera, fue uno de los objetivos fundamentales durante la guerra de las Comunidades y en 1520, ante la negativa de los medinenses a ceder su artillería a los realistas, tiene lugar la "quema de Medina", que destruye gran parte de aquella Medina Ferial.

Del siglo XV es la fabulosa Torre del Homenaje, la más alta de Castilla y la barbacana exterior de hormigón y ladrillo de un estilo decididamente mudéjar.

El recinto exterior esta formato por la barbacana que rodea completamente el castillo, al cual se accedía a través de un puente levadizo, hoy fijo, defendido por torres cilíndricas.

Sobre la puerta de acceso se encuentra el escudo de los Reyes Católicos flanqueado por sus emblemas y una fecha, la de 1482.

El recinto interior está formado por cuatro torres y un patio cuadrado en el que se disponen las distintas dependencias del castillo, en un flanco del patio se encuentra una reproducción exacta de la portada gótica del hospital madrileño de Beatriz Galindo, la Latina; entre las dependencias de la planta baja cabe destacar la capilla dedicada a Santa María del Castillo, en la cual podemos admirar un tríptico flamenco que representa a la Virgen de la Vid con el donante, y a Santo Domingo y a San Francisco en las portezuelas laterales, atribuido a alguien próximo al maestro Hans Memling.

En este espacio interior también se conserva una estrecha cámara cubierta con bóveda policromada llamada Mirador o Peinador de la Reina en recuerdo a Doña Juana la Loca así como el Salón de Honor.

La Torre del Homenaje está dividida en cámaras abovedadas, tiene su planta cuadrada y es de gran elevación, mide 38 m. de altura y 13,5 m. de anchura en cada lado de su paramento exterior, es de una gran sencillez y exquisita proporción en sus líneas.

Prueba por Equipos

PRUEBA POR EQUIPOS
ACTIVIDAD 1

En el castillo residió Juana la Loca., también hizo funciones de Archivo de la Corona en tiempos de Enrique IV (Carlos V será el que ordene el traslado de los legajos al Castillo de Simancas) y más tarde fue prisión de estado, dada la inexpugnabilidad de su poderosa Torre del Homenaje.

Fue presidio de importantes personajes a lo largo de los tiempos, como D. Fernando, duque de Calabria, hecho prisionero en Tarento por el Gran Capitán en 1502. También estuvo encerrado, en calidad de preso de Estado, Cesar Borgia traído de Italia por Gonzalo Fernández de Córdoba, y retenido por Fernando el Católico.

Cuando Carlos V quiso tener a buen recaudo el rescate de Francisco I, hecho prisionero en Pavia, que ascendía a un millón doscientos mil escudos de oro y la milagrosa flor de lis, lo mandó a la Mota de Medina bajo la vigilancia de su alcaide D. Álvaro de Lugo. Hernando Pizarro estuvo preso en el castillo desde 1543 hasta 1561 por la causa seguida a él y a su hermano por la muerte violenta de Diego de Almagro descubridor de Chile durante la conquista de Perú.

Pimera Etapa:

A partir del plano que acompaña a la documentación, obra de D. Julián de Ayllon, construido utilizando una escala gráfica de medida y el pie castellano como unidad de medida de longitudes, encontrar la escala numérica equivalente que nos permita utilizando el mismo plano actualizar su escala.

Escala Gráfica: Representa las distancias en el terreno sobre una línea recta graduada.

Vara: medida de longitud equivalente a 835 mm. y dividida en tres pies castellanos.

Segunda Etapa:

Calcular en metros cuadrados la superficie trapezoidal ABCD que aproxima la superficie ocupada por el Castillo de la Mota y su barbacana exterior (14).

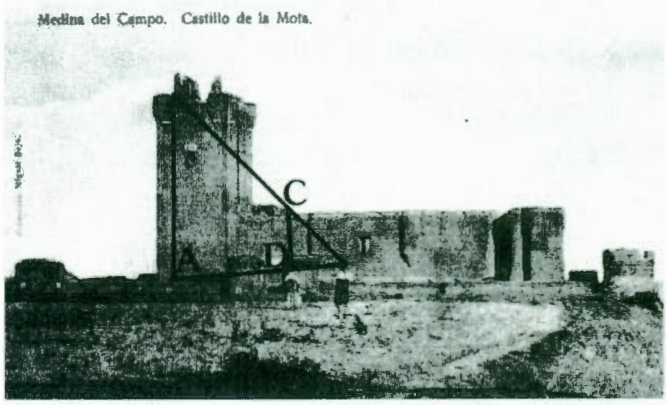
Castillo de la Mota y su barbacana externa de hormigón y ladrillo estilo mudéjar.

Tercera Etapa:

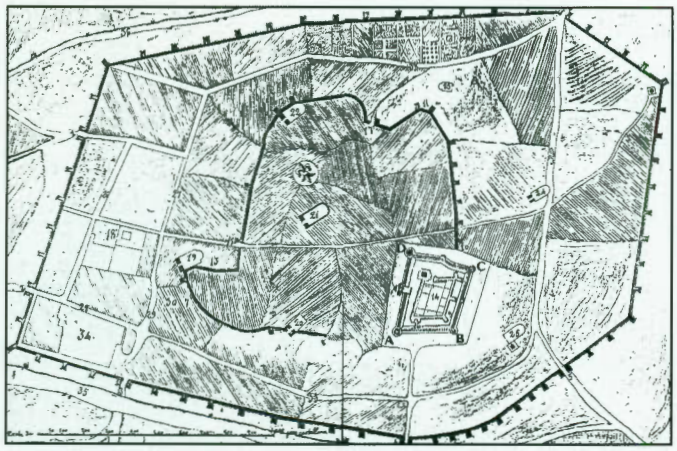
Calcular la longitud expresada en metros que tenía la muralla exterior ya desaparecida. Se recomienda que para calcular la longitud del tramo 4-5 se aproxime utilizando un arco de circunferencia con centro en D. ¿Podrías comprobar utilizando métodos geométricos que D es el centro de dicho arco?

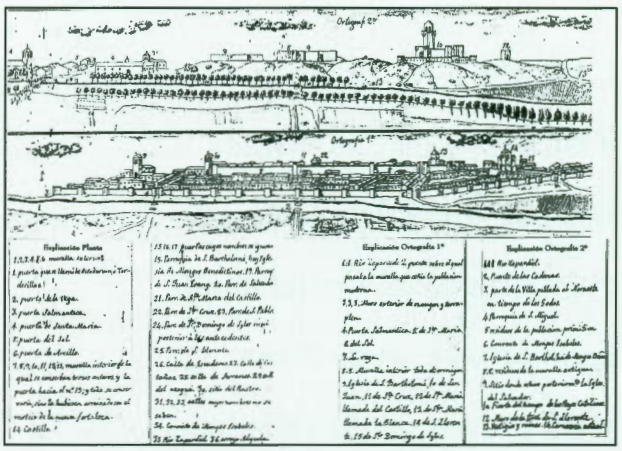
Cuarta Etapa:

Con los datos de la figura siguiente y las dimensiones de la Torre del Homenaje, calcula la distancia AD sabiendo que la distancia que separa a las dos personas que se encuentran delante de la barbacana del Castillo es de 4,5 m. y que la distancia CD es de 9,4 m.



Descripción de la antigua Sarabris y del terreno llamado de la Mota según D Julián de Ayllon Canónico de la Real e Insigne Colegiata de la Villa.Año 1806





PARTICIPANTES EN LA VIII OLIMPIADA REGIONAL

PROVINCIA	PROFESOR ACOMPAÑANTE	2º ESO	4º ESO
BURGOS	Antonio Arroyo	Víctor Díez Laura Pesquera Abdona Sancho	Santiago Alonso Pablo de la Viuda César Saeta
LEÓN	Rogelio Frade	Silvia Berciano Celia González Fernando Herce	Amador García José Héctor García Daniel Martínez
SALAMANCA	Santiago Pascual	Isabel Cordero Zaira Martín Esther Sánchez	Isabel Andrés José Nogareda Raquel del Río
SORIA	Mª Ángeles Gil	Ignacio Díaz Roncero Pilar Hernández María Recio	Noemí Esteras Rubén Llorente Ana Mugarza
VALLADOLID	Claudio Collantes	Frederick Martín Daniel Valencia Juan Carlos Sánchez	Oscar Aparicio Carlos Jiménez Miguel Miranda
ZAMORA	Eloy Luis Bobo	Guillermo Aladro Ana Burdiel Víctor Rodríguez	María Domínguez Agustín Francia Benito Román

ÍNDICE

Editorial 1
Fase provincial de Burgos 2
Fase provincial de León 4
Fase provincial de Salamanca 6
Fase provincial de Soria 8
Fase provincial de Valladolid 12
Fase provincial de Zamora 14
Fase Autonómica 16
Participantes 23

PATROCINA: ediciones sm

ORGANIZA: Sociedad Castellano-Leonesa del Profesorado de Matemáticas

COMPONE: ANNAS. Zamora

IMPRIME: Gráficas Artime. Zamora. D.L. 21-2001

ISBN: 84-922919-2-3