

MATEMÁTICAS Y LITERATURA 3

“EL TÍO PETROS Y LA CONJETURA DE GOLDBACH”

1. Una Conferencia de Matemáticas

Cuenta el narrador del libro que acudió a una conferencia de matemáticas titulada “*Los fundamentos de las teorías matemáticas según la lógica formal*”. En ella aparecían los nombres de varios matemáticos importantes:



- David Hilbert
- Bertrand Russell
- Von Neuman
- Zenón
- Constantino Karatheodori
- Gottlob Frege
- Giusepe Peano
- Euclides
- Leonard Euler
- Kurt Gödel

A) En esta lista faltan dos nombres que sí se mencionaron, y sobra uno, que no se nombró. Averigua los tres nombres y escribe un resumen de sus biografías, incluyendo alguna foto.

B) Explica, con un ejemplo, cuál es el contenido de la Paradoja de B. Russell.

C) David Hilbert, uno de los matemáticos más importantes del siglo XX, presentó una lista de problemas matemáticos no resueltos, en el congreso internacional de 1900. ¿Cuántos problemas eran? Recoge los enunciados o los contenidos de los que puedas. ¿Se han resuelto ya?



2. La Conjetura de Goldbach

Entre la numerosa correspondencia entre Euler y Goldbach, destaca la carta en la que, en 1742, el segundo le plantea al primero el problema que, más tarde, Euler enunciaría como la famosa Conjetura de Goldbach.

A) Leyendo la novela, se puede observar que la esa conjetura se puede enunciar de más de una forma, por ejemplo:

C1: Todo número par se puede escribir como suma de dos números primos.

C2: Todo número entero puede expresarse como suma de tres números primos.

- Demuestra que si se cumple C2, entonces también se cumple C1.
 B) Recoge los datos esenciales de la biografía de Christian Goldbach.

3. Otras Conjeturas

Como era de esperar, uno de los temas que aparece recurrentemente en el libro es el de las conjeturas matemáticas famosas:



- Segunda (o "La Otra") Conjetura de Goldbach (pág. 85).
- Hipótesis de Ramanujan (pág. 88).
- Conjetura de Fermat sobre números primos (pág 124).
- Conjetura de Poincaré (pág 152).
- Hipótesis de Rieman (pág 76, 77, 170, 185 y 186).

A) Busca en qué consisten estas conjeturas y escribe sus enunciados.



B) En 1640, Fermat escribía, sobre su conjetura relativa a los números primos, lo siguiente:

"Estoy persuadido de que es siempre un número primo. No tengo la demostración exacta, pero he excluido una cantidad tan grande de divisores por demostraciones infalibles, y tengo tantas referencias que avalan mi pensamiento, que no creo que tenga que rectificar."

Leonard Euler, en 1732, demostró que la conjetura de Fermat sobre la expresión de algunos números primos era falsa. Haz tus investigaciones, busca, piensa como Euler, y demuestra la falsedad de esa conjetura.

C) En la novela se dice que un famoso matemático presentó una prueba de la Segunda (o "La Otra") Conjetura de Goldbach, dando como cierta una conjetura o hipótesis (que sigue sin estar demostrada) de otro afamado matemático. ¿De qué hipótesis se trata?



D) Hasta finales del siglo XX, había tres problemas sin resolver, que se consideraban los más difíciles y famosos, relacionados con las conjeturas anteriores. Escribe sus enunciados, los nombres de sus autores y el estado actual de su resolución.

E) En junio de 2006, la prensa se hizo eco de la noticia de que unos matemáticos chinos decían haber demostrado una conjetura muy famosa... ¿De qué conjetura estamos hablando? ¿En qué situación está el tema en la actualidad?

4. Un resultado sencillo

“Todo número par es suma de un número primo más un impar.” Este enunciado aparece en el libro.

A) ¿En qué página? Demuestra que es un enunciado cierto.

5. Números Primos

Entre las páginas 36 y 37 se dice que Euclides demostró, por reducción al absurdo, un resultado importante sobre números primos.



A) ¿Qué resultado fue? Busca la demostración, estúdiala y exponla aquí.

B) Otro griego había inventado una *criba* de números naturales para obtener números primos. ¿Quién fue y en qué consiste esa *criba*?

C) Haz un comentario sobre el método de demostración por “*reductio ad absurdum*”. Busca una demostración por este método, estúdiala y redáctala aquí.

D) En la página 83 se habla de la variada problemática de la sucesión de los números primos. ¿Puedes concretar esa afirmación con varios ejemplos?

E) Constantino Karatheodori le pregunta al narrador (pág. 66) cuántos número primos hay menores que un número dado n . ¿Qué respuesta le da? ¿Cómo podrías comprobar tú que eso es así? Ese resultado se denomina el Teorema del número primo, y la demostración rigurosa, en 1896, se debe a los trabajos independientes de Jacques Hadamard y C de la Vallée Poussin.

6. Mersenne y sus primos

En la página 126 se dice que el número 8191 se conoce como "número primo de Mersenne"

A) Se denominan números de Mersenne los que tienen la forma $2^n - 1$, con n un número natural. Calcula los primeros números de Mersenne.

B) Se cumple la siguiente propiedad: si un número de Mersenne es primo, entonces su exponente n es primo también. Pero no es cierto el enunciado recíproco: si en un número de Mersenne el exponente n es primo, el número no es necesariamente primo. Un ejemplo de ello ocurre para $n = 11$. Demuéstralo.

C) El número 8191 ¿es de Mersenne? Si lo es ¿cuánto vale n ? Demuestra que además es primo.

D) En 1644, Mersenne dijo que para $n = 13, 17, 19$, sus números son primos. Y era cierto. También dijo que $2^{67} - 1$ también era primo... En 1903 Frank Nelson Cole, dio una conferencia donde demostró que ese número no era primo. ¿Serías capaz de escribir $2^{67} - 1$ como producto de dos números?

E) Por cierto, ¿qué sabes de Mersenne? Haz una pequeña biografía.

7. La Completitud en Matemáticas

Kurt Gödel resolvió el "problema de la completitud en matemáticas" en 1933.

A) ¿En qué consiste ese problema? ¿Cómo lo resolvió Gödel?

B) La solución de ese problema, además de ser "sublime", como la calificaron Hilbert y Russell, generó mucha incertidumbre en la comunidad matemática de la época ... ¿Por qué fue así?

C) ¿Qué relación hay entre el Teorema de Gödel y el Segundo problema de Hilbert?



D) ¿Qué relaciones estableció el tío Petros entre la Conjetura de Golbach y el Teorema de la incompletitud de Gödel?

E) Alan Turing, en 1936, demostró otro resultado relacionado con este tema (pág. 139). ¿Qué resultado es? ¿Qué relación tiene con el Teorema de Gödel?

8. La naturaleza de las Matemáticas

En varias páginas del libro se plantean cuestiones de interés sobre el conocimiento matemático:

- *“¿qué son las matemáticas en tu opinión?” (pág. 31)*
- *“las verdaderas matemáticas no tienen nada que ver con las aplicaciones prácticas ni con los procedimientos de cálculo que aprendes en el colegio. Estudian conceptos intelectuales abstractos que, al menos mientras el matemático está ocupado con ellos, no guardan relación alguna con el mundo físico y sensorial” (pág 32)*
- *“Los matemáticos encuentran el mismo placer en sus estudios que los jugadores de ajedrez en el juego” (pág 32-33)*
- *“el verdadero matemático se parece a un poeta o a un compositor musical; en otras palabras, a alguien preocupado por la creación de belleza y la búsqueda de armonía y perfección. Es el polo opuesto al hombre práctico, el ingeniero, el político o... el hombre de negocios.” (pág 33)*
- *“...la construcción de teorías matemáticas, empezando con los axiomas y fundamentos...” (pág 59)*
- *“el profano en la materia no puede ni imaginar el placer del que se les ha privado” (pág 159)*
- *“La amalgama de Verdad y Belleza reveladas mediante la comprensión de un teorema importante no puede obtenerse mediante ninguna otra actividad humana...” (pág 159)*
- *“los libros de matemáticas no suelen leerse como las novelas ... En este caso, leer significa entender, y para ello es preciso contar con una superficie dura, papel, lápiz y bastante tiempo libre.” (pág. 169)*

Haz un comentario personal sobre estas frases y expón lo que para ti son las matemáticas.

8. Bibliografía

- Davis, P. y Hersh, R. (1989) *“Experiencia matemática”*. Ed. Mec-Labor, Barcelona.
- Dunham, W (2002) *“Viaje a través de los genios”*. Ed. Pirámide, Madrid.
- Hoffman, P. (2000) *“El hombre que sólo amaba los números”*. Ed. Granica, Barcelona.
- Klein, M. (1985) *“Matemáticas. La pérdida de la certidumbre”*. Ed. Siglo XXI, Madrid.
- Stewart, I. (1998) *“De aquí al infinito. Las matemáticas de hoy”*. Ed. Grijalbo Mondadori, Barcelona.