

UNA APROXIMACIÓN SENCILLA AL USO DE LAS MATEMÁTICAS EN EPIDEMIOLOGÍA

ESTALMAT CASTILLA-LA MANCHA

¿Qué significa medir la salud?

Establecer el nivel de salud y de bienestar de una población detectando la presencia y causas de las enfermedades y muertes, así como su expectativa de vida.

¿Qué es la epidemiología?

Es el procedimiento más simple y directo para estudiar las causas de las enfermedades en los seres humanos.

¿Por qué epidemiología?

- ❑ *En la base del método epidemiológico está la habilidad para contar, pensar con lógica y ser creativo.*
- ❑ Permite poner en contacto, a los estudiantes de estos niveles, con uno de los campos científicos y sociológicos más importantes, en los que se aplican las matemáticas y, en especial, la estadística, que proporciona a la epidemiología los elementos para el tratamiento científico de la salud.

Componente básicos presentes en la elaboración de material didáctico en matemáticas:

- 1. ERRORES**
- 2. REPRESENTACIONES**
- 3. MATERIALES Y RECURSOS**
- 4. FENOMENOLOGÍA Y APLICACIONES**
- 5. DESARROLLO HISTÓRICO**

¿CON QUE FIN?

- Afianzar conocimientos previos relativos a Estadística Descriptiva y Probabilidad.
- Introducir terminología básica y procedimientos propios del trabajo en epidemiología.
- Aprender nuevos contenidos referentes a Estadística Descriptiva, Inferencial y Probabilidad.
- Aprender a través de la Experimentación y del Descubrimiento.
- Aplicar los conocimientos a situaciones prácticas reales.
- Aprender a utilizar un software potente y de fácil uso que permita trabajar con técnicas estadísticas actuales y permita comprender y profundizar más en los contenidos desarrollados.
- Conmemorar el año Mundial de la Estadística poniendo de manifiesto sus aplicaciones en un tema de vital importancia como es el tema de la Salud.

**¿A QUIÉN VA DIRIGIDA ESTA
PROPUESTA DIDÁCTICA?**

ESTUDIANTES DE 3º DE LA E.S.O.

FORMA DE ACTUAR EN EL AULA

- Se trabajará en el aula siguiendo una metodología activa, donde se favorezca la investigación y el aprendizaje por descubrimiento, en un contexto de colaboración.
- Se entregarán las actividades a los estudiantes de una en una y no se pasará a la actividad siguiente hasta que no se hayan obtenido resultados y conclusiones válidas.
- Los estudiantes trabajarán a nivel individual, aunque se podrán comunicar con el compañero más próximo para comentar sus descubrimientos, dudas y reflexiones. Dispondrán de un ordenador por persona y se trabajará con un paquete estadístico, así como con el software dinámico Geogebra.

FORMA DE ACTUAR EN EL AULA

- Se repasarán los contenidos necesarios que han aprendido en los dos anteriores cursos de la ESO, se expondrá la terminología necesaria propia de epidemiología y se les explicarán brevemente los nuevos conceptos y formas de actuación. Inmediatamente después se procederá a resolver las actividades.
- Los profesores ayudarán a resolver las cuestiones que surjan y supervisarán el trabajo de todos. Finalizada la actividad, cada pareja explicará su forma de proceder y los resultados y conclusiones a los que han llegado. Se discutirá con argumentos y se elaborarán unas conclusiones con las que se resuelva el problema. Han de quedar perfectamente definidos los conceptos con los que se haya trabajado, tanto matemáticos como propios del campo de la salud, así como los procedimientos correctos.
- A La hora de trabajar los diferentes tópicos presentes en las actividades se hará un muy breve comentario histórico sobre la evolución del mismo.

PROPUESTA DE TRABAJO EN EL AULA

OBSERVACIÓN DE SUCESOS EN UNA POBLACIÓN

- **Presencia de enfermedad.**
- **Exposición de elementos de la población a determinados factores potencialmente de riesgo.**

Actuación:

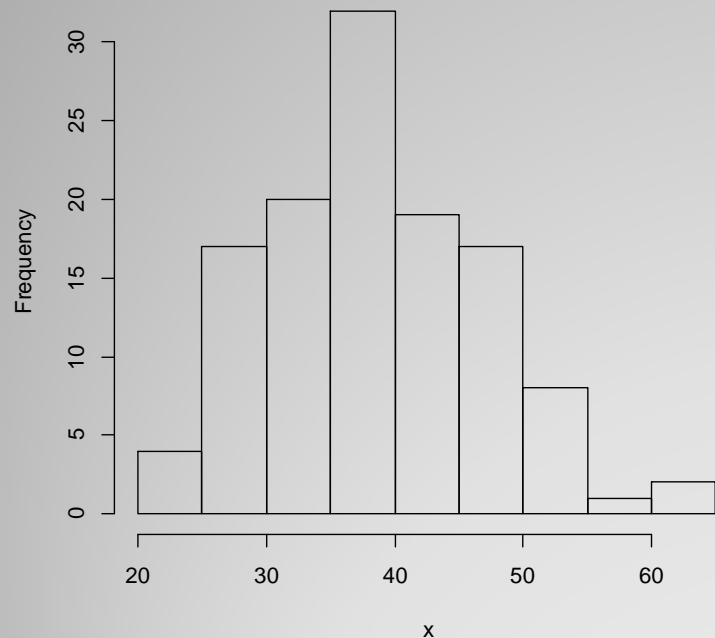
- **Recogida de datos**
- **Ordenación, Clasificación y Agrupación de los mismos**

Actividad 1: La siguiente tabla representa las edades de 120 personas que sufrieron una gastroenteritis después de asistir a la celebración de la cena de Nochevieja en un restaurante de la ciudad de Albacete. Agrupa los datos en intervalos y obtén la tabla de frecuencias. Representa gráficamente los datos de diferentes formas y extrae conclusiones sobre la distribución de casos en función de la edad. ¿Qué crees que ocurriría si agrupáramos en un número mayor de intervalos? ¿Cuál es la media de edad? ¿Es representativa? ¿Qué opinas sobre la simetría de la distribución?

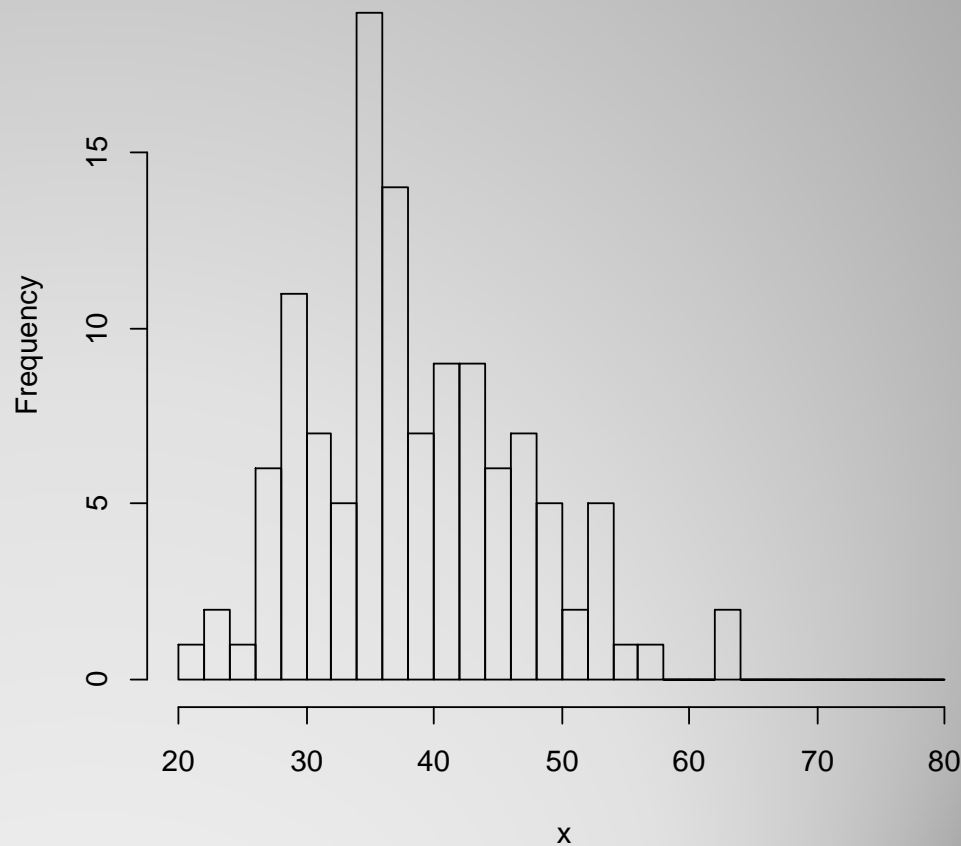
27	32	58	44	24	32	29	50
28	36	38	48	38	47	29	39
40	37	35	36	36	36	42	45
32	36	48	42	46	35	32	54
30	29	36	44	30	36	27	37
35	33	38	63	37	53	35	46
36	27	34	32	46	38	43	20
25	41	27	53	40	31	47	43
29	40	50	34	47	36	38	24
30	51	43	46	38	49	47	30
29	33	54	40	28	63	36	41
46	51	49	37	41	37	39	38
30	35	36	34	43	43	37	55
29	44	38	42	43	35	42	50
35	47	32	54	41	41	35	40

ALGUNOS RESULTADOS

Histogram of x



Histogram of x



PROPUESTA DE TRABAJO EN EL AULA

Cuantificación de los hechos

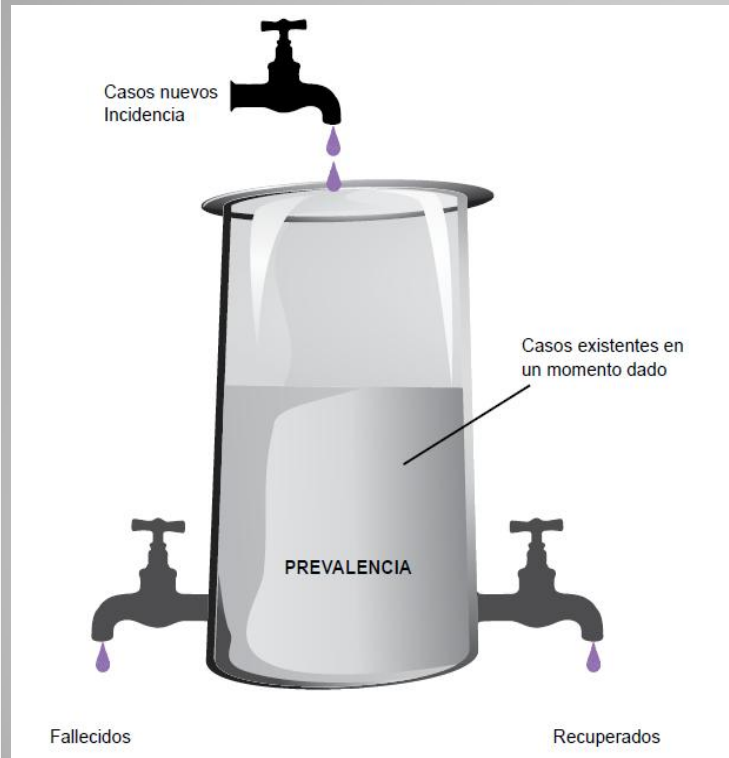
Medir la frecuencia de un acontecimiento

Actuación: Se recurrirá a tres conceptos:

- **Probabilidad.**
- **Riesgo a la salud**
- **Tasa**

Actividad 2: ¿Cuál es la diferencia entre prevalencia e incidencia? ¿Cuál es la relación entre ambas?

Explica el siguiente gráfico:



¿Qué ocurrirá si aumenta la incidencia pero el número de muertes y recuperados se mantiene sin cambios? ¿Qué ocurrirá si, por el contrario, aumenta la mortalidad o más gente se recupera, pero sin aumentar la incidencia?

¿Qué ocurrirá, si se introduce una nueva prueba que detecte la presencia de enfermedad tempranamente? ¿Y si se introduce un medicamento que posponga o evite la mortalidad prematura, pero que no cure definitivamente, como ocurre con el SIDA? ¿Qué relación existe entre prevalencia, incidencia y duración de una enfermedad?

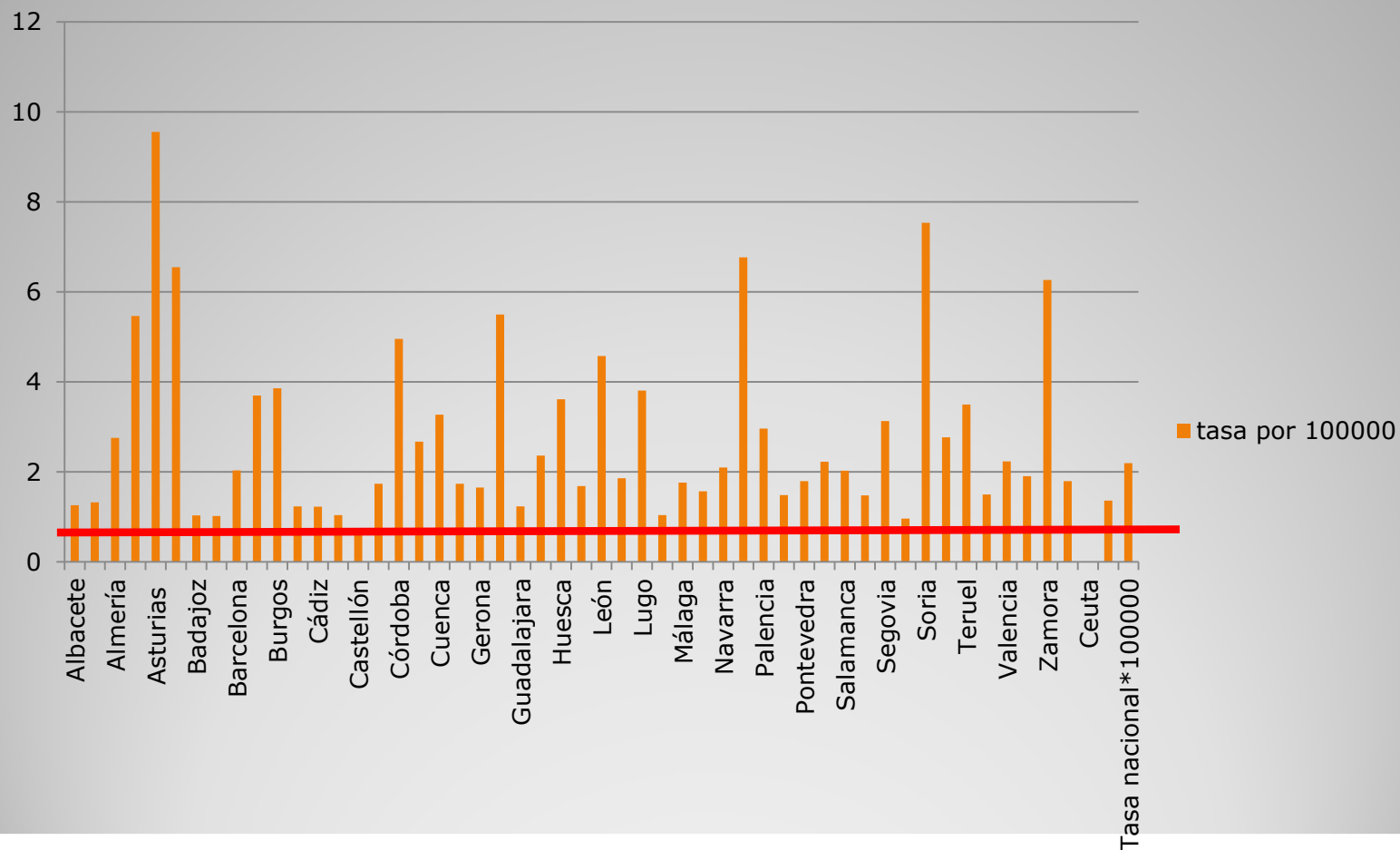
Actividad 3: En la tabla que puedes ver a continuación se recogen los datos de muertes por asma en las diferentes provincias españolas en el año 2010. A la vista de los datos, responde las siguientes preguntas:

- *¿Dónde hay más casos?*
- *¿Es el número de casos indicativo del riesgo, entendiéndose éste como probabilidad de morir por asma?*
- *¿En qué provincias encontramos las tasas más altas?*
- *¿Cómo calcularías la tasa de mortalidad nacional?*
- *¿Qué provincias están por encima de la tasa de mortalidad nacional?*
- *¿Qué ocurre cuando la tasa de mortalidad estandarizada es igual a uno? ¿Y cuándo es mayor que uno?*
- *¿Crees que los casos están distribuidos de manera uniforme por todo el país? ¿Cómo crees que se podría justificar este hecho numéricamente? ¿Y gráficamente?*

PROVINCIA	POBLACIÓN	ASMA	GRADO DE HUMEDAD
Albacete	396444	5	BAJO
Alicante	1891875	25	MEDIO
Almería	690487	19	MEDIO
Álava	311048	17	MUY ALTO
Asturias	1057215	101	MUY ALTO
Ávila	167967	11	BAJO
Badajoz	677181	7	BAJO
Baleares	1082091	11	ALTO
Barcelona	5364876	109	ALTO
Vizcaya	1136674	42	MUY ALTO
Burgos	362862	14	ALTO
Cáceres	405620	5	BAJO
Cádiz	1221911	15	MEDIO
Cantabria	578713	6	MUY ALTO
Castellón	591477	4	MEDIO
Ciudad Real	519145	9	BAJO
Córdoba	787502	39	BAJO
La Coruña	1124438	30	MUY ALTO
Cuenca	213944	7	BAJO
Guipúzcoa	690966	12	MUY ALTO

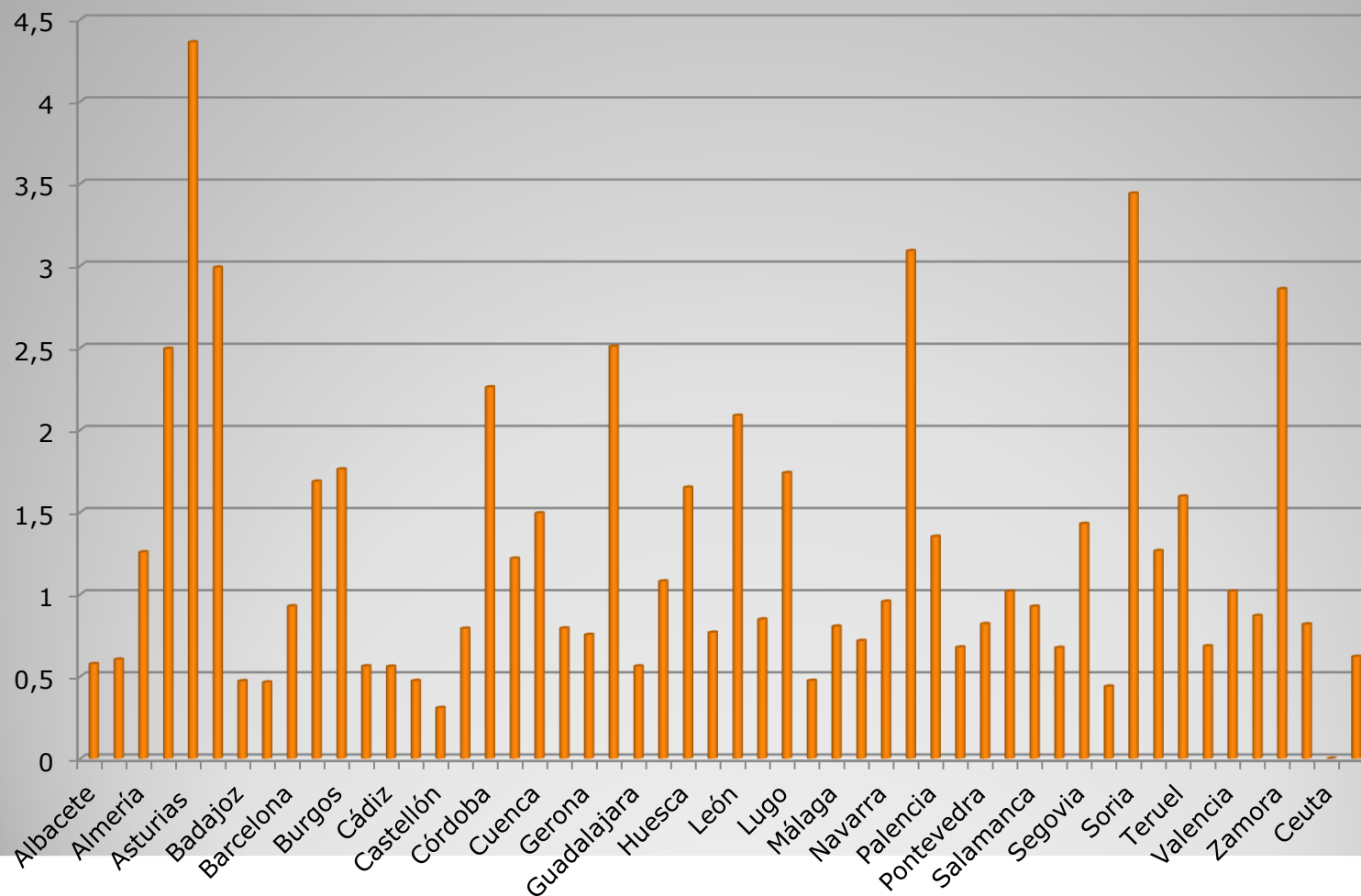
ALGUNOS RESULTADOS

tasa por 100000

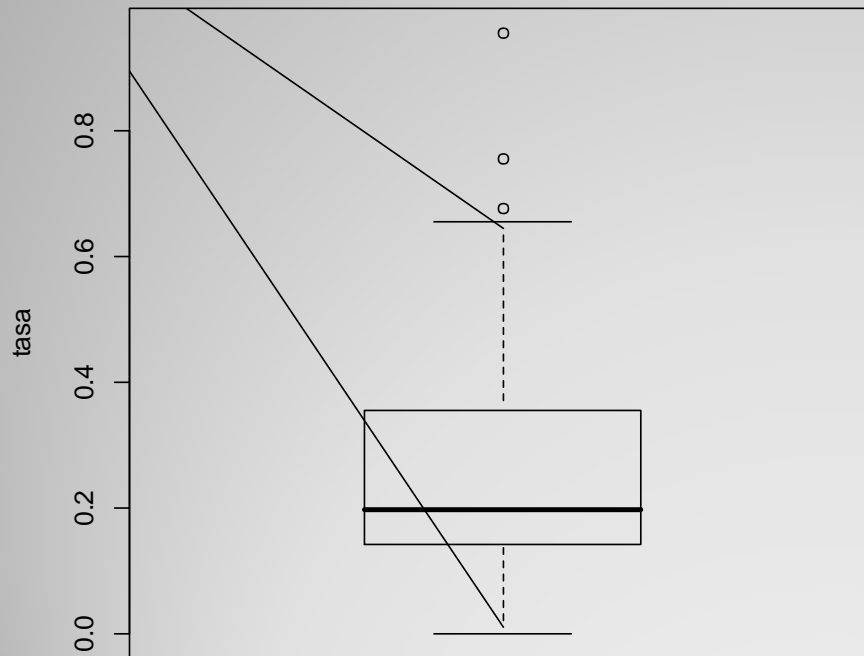


ALGUNOS RESULTADOS

Tasas de mortalidad estandarizadas



ALGUNOS RESULTADOS



```
> stem.leaf(asma$tasa, na.rm=TRUE)
1 | 2: represents 0.12
leaf unit: 0.01
      n: 52
 1    0* | 0
 3    0. | 69
16    1* | 0000222233444
26    1. | 5667777789
(6)   2* | 000223
20    2. | 6779
16    3* | 124
13    3. | 6688
      4* |
 9    4. | 59
 7    5* | 44
      5. |
 5    6* | 2
 4    6. | 57
HI: 0.753725557756913 0.955340209891082
```

Actividad 4: Los datos de mortalidad y población que se presentan a continuación corresponden al año 2012 en dos países latinoamericanos. El país A es un país escasamente industrializado; el país B es un país altamente industrializado.

A la vista de los siguientes datos, ¿Dónde crees que es el riesgo de morir más alto?

PAIS A		PAIS B	
Defunciones	Población	Defunciones	Población
1269166	68386000	5564944	198250000

Las autoridades del país B sospechan que los resultados no son muy fiables, dado que se han obtenido sobre poblaciones totales y que, como poco, habría que tener en cuenta la distribución de edad de la población, ya que el riesgo de morir o de contraer una enfermedad está relacionado con la misma. A la vista de los datos de la tabla siguiente, calcula:

La tasa específica de mortalidad por cada 1000 habitantes para cada franja de edad y en cada país.

El número de defunciones esperadas en cada país por franjas de edades y totales

¿Cuál es la tasa de mortalidad ajustada en cada país?

¿Cuál es el riesgo de morir en cada país?

Extrae conclusiones.

Grupos de edad (años)	PAIS A		PAIS B	
	Defunciones	Población	Defunciones	Población
<15	317308	19831740	94169	24781250
15-44	338100	35218790	380430	79256250
45-64	270261	10941760	1223875	61501250
65 y +	343497	2393710	3866470	32711250
TOTAL	1269166	68386000	5564944	198250000

ALGUNOS RESULTADOS

Grupos	Población Total (A+B)	País A		País B	
		Tasa Observada	Defunciones esperadas	Tasa Observada	Defunciones esperadas
<15	44612990	16	713808	3.8	169530
15-44	114475040	9.6	1098959	4.8	549480
45-64	72443010	24.7	1789339	19.9	1441616
65 y +	35104960	143.5	5037556	118.2	4149407
Total	266636000		8639663		6310033

Actividad 5: En los años 1853 y 1854 Londres se enfrentó a su tercera epidemia de cólera. Los habitantes de ciertos distritos del sur de la ciudad extraían el agua directamente de pequeños afluentes del Támesis o bien la obtenían de numerosas bombas de agua de uso público, abastecidas por dos compañías, Southwark and Vauxhall Water Company y Lambeth Water Company. En la tabla que aparece a continuación se muestran las muertes por cólera por cada lugar de abastecimiento de agua:

Compañía de agua	Hogares	Muertes por cólera
Southwark and Vauxhall Water Company	40046	1263
Lambeth Water Company	26107	98
Resto de Londres	256423	1422

¿Cuál es el número de muertes por cada 1000 hogares?

¿Cuál es el número de defunciones esperadas en cada caso?

¿Cuál es la tasa de mortalidad ajustada?

¿Crees que existe mayor riesgo de morir en una población que en otra?

PROPUESTA DE TRABAJO EN EL AULA

MEDIDAS DE OBSERVACIÓN

Permiten determinar la existencia de relación entre la exposición a un factor, que se considera de riesgo y la ocurrencia de enfermedad en una población.

Actuación:

Uso de técnicas propias de la inferencia estadística.

Actividad 6: En una localidad rural de 760 habitantes, situada en una zona muy húmeda, se observó que en el último año, la incidencia acumulada de casos de asma en los campesinos que trabajaban en los humedales fue de 88.2 por mil, mientras que en los habitantes con otro tipo de actividad laboral, lejos del campo, fue 55.8 por mil. De acuerdo al censo local más reciente, en la localidad hay 204 campesinos. ¿Podríamos asociar la ocupación en los humedales con el asma?

	Padecen de asma	No padecen de asma	Totales
Campesinos	18	186	204
Resto de habitantes	31	525	556
Totales	49	711	760

Actividad 8: Los adictos a la cocaína necesitan esta droga. Quizás dándoles una medicación que combatiese la depresión se les ayudaría a dejarla. Un estudio de tres años comparó un antidepresivo denominado Desipramina con el litio (tratamiento habitual para combatir la adicción a la cocaína) y con un placebo. Los sujetos experimentales eran 72 cocainómanos. Se asignaron al azar 24 sujetos a cada tratamiento. En la tabla adjunta se muestran los recuentos y las proporciones de sujetos que no recayeron en el consumo de la cocaína durante el estudio.

Tratamiento	Sujetos	No recayeron	Sí recayeron
Desipramina	24	14	10
Litio	24	6	18
Placebo	24	4	20

¿Hay diferencias entre los tres tratamientos? Si es así, estudia entre cuáles de ellas

PROPUESTA DE TRABAJO EN EL AULA

FUERZA DE LA RELACIÓN ENTRE DOS VARIABLES

Permiten determinar la fuerza de la relación entre la exposición a un factor, que se considera de riesgo y la ocurrencia de enfermedad en una población.

Actuación:

Uso de medidas para cuantificar esa fuerza como son los riesgos absolutos y relativos y la odds ratio.

Actividad 9: En la siguiente tabla se muestra la distribución de muertes por asma en las diferentes provincias españolas, así como la clasificación de las mismas en "Muy alto", "Alto", "Medio" y "Bajo", según los niveles de humedad. ¿Existe un exceso de riesgo en los grupos de niveles "Muy Alto" y "Alto" con relación al grupo formado por los niveles "Medio" y "Bajo"? ¿Crees que el factor humedad favorece el aumento del número de muertes por asma?

PROVINCIA	POBLACIÓN	ASMA	GRADO DE HUMEDAD
Albacete	396444	5	BAJO
Alicante	1891875	25	MEDIO
Almería	690487	19	MEDIO
Álava	311048	17	MUY ALTO
Asturias	1057215	101	MUY ALTO
Ávila	167967	11	BAJO
Badajoz	677181	7	BAJO
Baleares	1082091	11	ALTO
Barcelona	5364876	109	ALTO
Vizcaya	1136674	42	MUY ALTO
Burgos	362862	14	ALTO
Cáceres	405620	5	BAJO
Cádiz	1221911	15	MEDIO
Cantabria	578713	6	MUY ALTO
Castellón	591477	4	MEDIO
Ciudad Real	519145	9	BAJO
Córdoba	787502	39	BAJO
La Coruña	1124438	30	MUY ALTO
Cuenca	213944	7	BAJO
Guipúzcoa	690966	12	MUY ALTO

Actividad 10: Los datos que se muestran en la tabla siguiente exponen la relación entre el hábito de fumar y la presencia de problemas vasculares en una muestra de 240 sujetos

	Con problemas	Sin problemas	Totales
Fuman	23	81	104
No fuman	9	127	136
Totales	32	208	240

Obtén la proporción de casos con problemas vasculares entre los fumadores.

Obtén la proporción de casos con problemas vasculares entre los no fumadores.

Obtén el riesgo relativo. ¿Qué indica?

Obtén la razón de posibilidades. ¿Qué indica?

Compara ambas medidas

PROPUESTA DE TRABAJO EN EL AULA

DETECCIÓN DE CONDICIONES ESPECÍFICAS EN UNIDADES EXPERIMENTALES

Test de diagnóstico

Actuación:

Teorema de la probabilidad total y regla de Bayes

Actividad 12: El suero de una mujer embarazada puede ser analizado por medio de un procedimiento llamado electroforesis en gel de almidón. Este procedimiento permite detectar la presencia de una zona proteínica llamada zona de embarazo, la cual se supone que es un indicador de que el niño es una hembra. Para investigar las propiedades de este test se seleccionaron 300 mujeres para su estudio. En la siguiente tabla se dan los resultados del test y los sexos de los niños nacidos.

Sexo			
Zona de embarazo	Varón (realidad -)	Mujer (realidad +)	
Presente (test +)	51	78	129 (aleatorio)
Ausente (test -)	96	75	171 (aleatorio)
	147 (aleatorio)	153 (aleatorio)	300 (fijo)

- ¿Cuál es la probabilidad de que siendo varón el test indique que es hembra?
- ¿Cuál es la probabilidad de que siendo hembra el test indique que es varón?
- ¿Cuáles son los valores predictivos positivos y negativos?
- ¿Cuál es la especificidad del test?
- ¿Cuál es la sensibilidad?

Actividad 13: En una Comunidad Autónoma española hay 4 millones de habitantes y la enfermedad X afecta en cada momento a 4000 de ellos. La enfermedad tiene un pronóstico muy malo si no se consigue un diagnóstico precoz. Se aplica un test de diagnóstico que tiene una sensibilidad del 99% y una especificidad del 80%. Se somete a este test a todos los habitantes de la Comunidad y aquellos a los que da positivo son citados para ser sometidos a un estudio más completo, con el fin de averiguar si efectivamente tienen la enfermedad. Entre los convocados reina nerviosismo, pues temen que la prueba definitiva confirme la presencia de la enfermedad mortal. Pero uno de ellos se muestra tranquilo y confiado en no tener la enfermedad. Queremos averiguar si este sujeto es:

- a) Un inconsciente que no se percata de su alto riesgo de enfermedad.*
- b) Un desesperado de la vida al que no le importa morir.*
- c) Un matemático que calculó correctamente su riesgo de enfermedad*

PROPUESTA DE TRABAJO EN EL AULA

RELACIÓN ENTRE FRECUENCIA DE LA ENFERMEDAD Y EXPOSICIÓN A DETERMINADOS FACTORES

Marcadores de riesgo

Actuación:

Modelos de distribución

Cadenas de Markov

OBSERVACIONES

- ❑ Introducción a Geogebra.
- ❑ Introducción de conceptos y procedimientos básicos referidos a matrices.

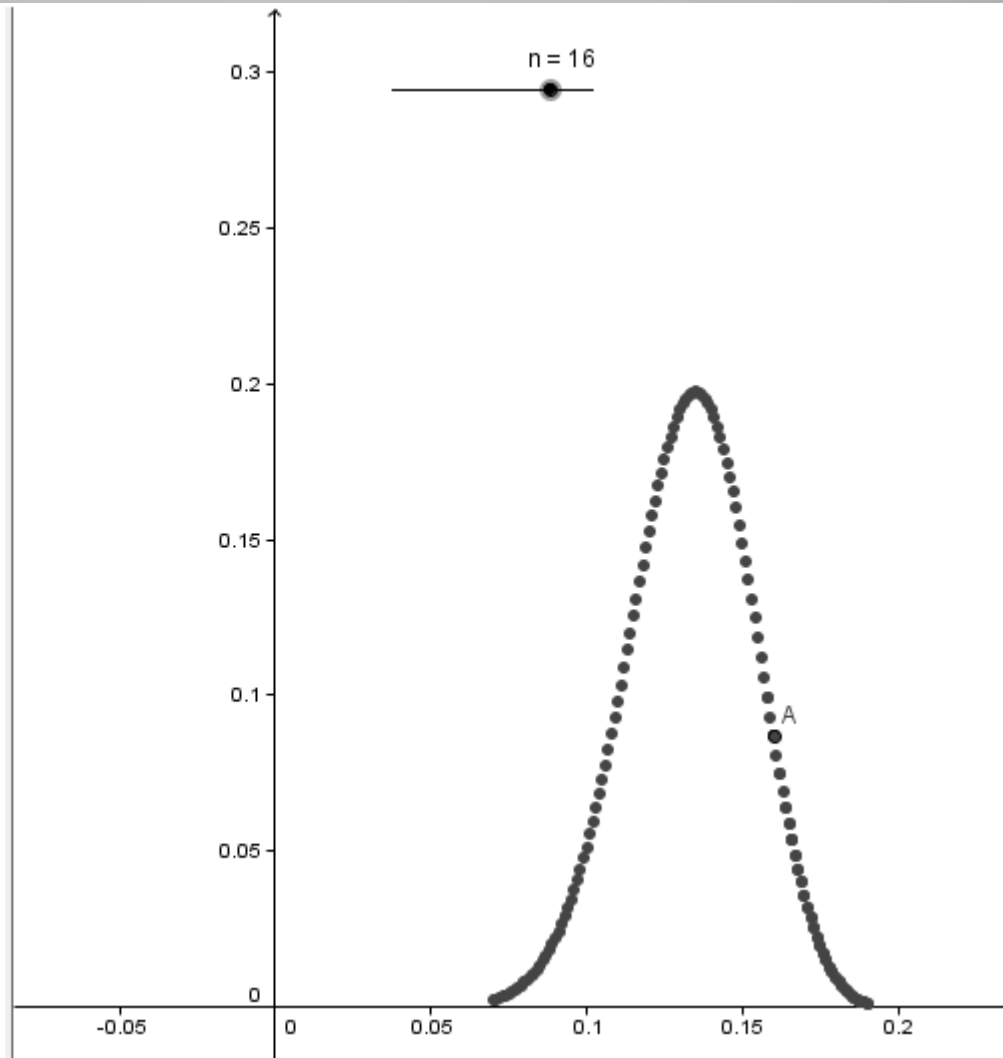
Actividad 14: Un niño incubando una gripe va a clase un lunes. Cada día que pasa en contacto con sus compañeros, tiene una probabilidad de contagiar a cada uno de ellos de 0.5. Supongamos que en la clase son 20 niños.

¿Cuál es la probabilidad de que el martes no haya ningún niño más infectado? ¿Y de que haya alguno? ¿Y el miércoles? ¿Y el jueves? ¿Y el viernes?...

Actividad 15: Supongamos que después de un tiempo prolongado, al colegio llega un niño enfermo que no es detectado hasta la hora del recreo. Teniendo en cuenta que el periodo de incubación de la enfermedad que padece el niño es de un día y que sólo durante ese día se puede contagiar la enfermedad, si la probabilidad de ser contagiado es de 0.7 ¿Cuál es el número de niños más probable que se sentirán enfermos al día siguiente en el colegio? ¿Cuál es esa probabilidad?

Geogebra y Probabilidad de contagio

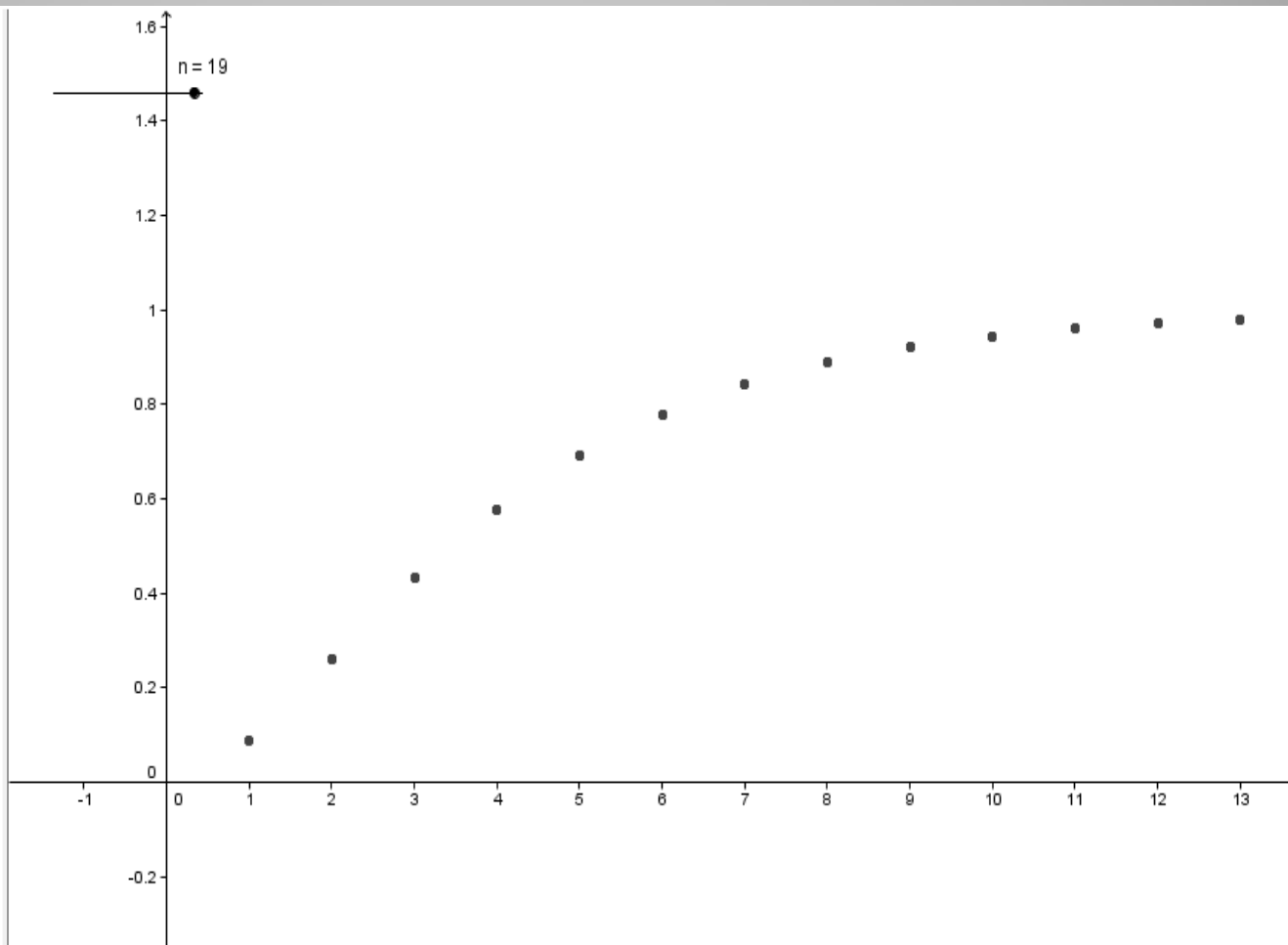
- Número
 - $n = 16$
 - probabilidad = 0.09
- Punto
 - $A = (0.16, 0.09)$



Actividad 16: En una familia de tres hijos, uno de ellos es contagiado el lunes de una enfermedad vírica por un compañero de colegio. La probabilidad de que contagie a cualquiera de sus hermanos es de 0.3. ¿Cuál es la probabilidad de que para el sábado se hayan contagiado los tres niños? ¿Cuántos días se piensa que deberían pasar para que dicha probabilidad sea igual a uno?

Geogebra y Cadenas de Markov

- Lista
 - $I = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
 - Lista1 = {1}
 - $P0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
 - contagiados = (1)
 - contagio = $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
 - matriz = $\begin{pmatrix} 0.49 & 0.42 & 0.09 \\ 0 & 0.7 & 0.3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- Número
 - $n = 19$
 - ordenada = 1
- Punto
 - $A = (19, 1)$



PROPUESTA DE TRABAJO EN EL AULA

ZONAS GEOGRÁFICAS Y ENFERMEDAD

Se estudia la posible relación entre zonas geográficas y enfermedad.

Actuación:

Trabajo con datos espaciales: Procesos puntuales.

Su finalidad es:

- Analizar la distribución de los datos.**
- Estudiar la densidad (Número de individuos por unidad de área).**
- Comparar**

Actividad 17a: En el mapa siguiente de la ciudad de Albacete aparecen reflejados (puntos) casos de asma en la población, distribuidos geográficamente. Aparece marcada en el mismo una zona en la que estuvieron instaladas varias fábricas de harinas. Además, la ciudad se ha dividido en hexágonos, de manera que para cada uno de ellos aparece el número de casos de asma y la población residente (ambos datos han sido simulados). ¿Crees que la localización de los casos es completamente al azar? Si no, ¿de qué factores crees que depende? ¿Se parece la tasa en un hexágono a las tasas de sus vecinos (es decir, los hexágonos con los que comparte frontera)?

Analiza el mapa y calcula el riesgo por 1.000 habitantes de contraer la enfermedad en cada hexágono. ¿Cómo estudiarías si hay un riesgo mayor de acuerdo a la distancia a la Fábrica de Harinas? Calcula la distancia en hexágonos hasta el foco de riesgo y representa en una gráfica el riesgo en cada hexágono y su distancia al foco, ¿a qué conclusiones llegas? ¿Cómo calcularías el riesgo en función de la distancia a la Fábrica de Harinas?

Población

- ¿Crees que la distribución de los casos es completamente aleatoria? ¿Depende de algo?
- Si el riesgo fuese el mismo en todos los hexágonos, ¿cómo calcularías el número de casos esperado en cada uno de ellos? ¿Se parecen estos casos esperados a los casos observados reales?
- Calcula la tasa de riesgo (por 1000 habitantes) en cada hexágono. ¿Crees que se distribuye completamente al azar? ¿Por qué?
- Compara las tasas de riesgo en cada hexágono con la tasa de riesgo global. ¿Qué observas?
- ¿Cómo es la tasa de riesgo de un hexágono comparada con la de sus vecinos? ¿Se parecen?
- ¿Crees que el riesgo tiene alguna relación con la distancia a la fábrica de harinas? ¿Se te ocurre algún método para estudiar cómo varía el riesgo con la distancia (medida en hexágonos) al foco de riesgo?

Actividad 17b: En el mapa siguiente de la ciudad de Albacete aparecen reflejados (puntos en rojo) casos de asma en la población. En verde aparecen un conjunto de controles que representan la población de personas sin asma.

¿Crees que la localización de los casos y los controles es igual?

¿Cómo compararías numéricamente la distribución de los dos patrones? Ten en cuenta que el número de puntos es distinto.

¿Cómo calcularías una tasa de riesgo global? En cada hexágono, ¿cómo estimarías el riesgo? ¿Dónde encuentras los riesgos más altos?

¿Crees que el riesgo depende de la proximidad a la fábrica de harinas? Si es así, ¿cómo determinarías esta relación numéricamente?

Investigación sobre los casos de asma alrededor de la Fábrica de Harinas

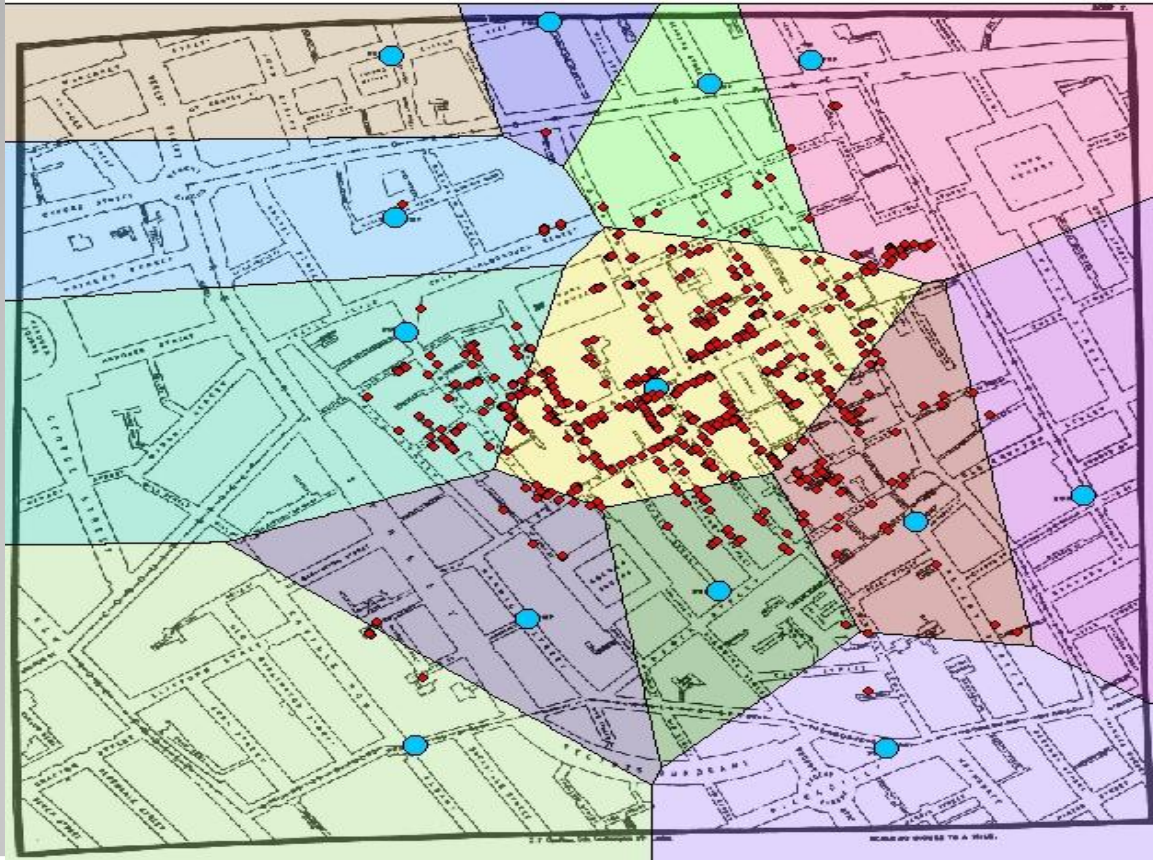


Casos: 200

Controles: 300

Hexágonos: 42

Actividad 18: En el siguiente mapa se representa la distribución de casos de muerte por cólera en Londres en los años 1853 y 1854. Calcula las densidades en cada una de las regiones ¿crees que existen en el mapa zonas de mayor riesgo? Justifica tus respuestas.



MUCHAS GRACIAS