

Tema: PARIDAD
Curso: Alumnos de 2º Año.
Número de sesiones: Cuatro

El concepto de paridad, es una idea muy simple que sin embargo se muestra muy útil, para resolver muchos problemas, algunos realmente complicados. La simplicidad de este concepto, permite abordar gran cantidad de problemas, y es una estrategia que habitualmente no aparece en los modelos clásicos de resolución de problemas.

Un problema típico podría ser el siguiente:

¿En un tablero de ajedrez, diseña un paseo de un caballo, que comience en la casilla a1 del tablero y termine en la casilla h8 visitando cada una de las demás casillas una sola vez en su camino?

(Nota: El paseo del caballo por el tablero de ajedrez, es un solitario clásico, que tiene gran cantidad de soluciones)

Presentamos el tema mediante unos juegos de “Magia Matemática”, que están basados en el concepto de paridad. Son juegos donde prácticamente la única habilidad que hay que tener es saber contar y discernir Par e Impar. Son muy simples de realizar y causan gran impacto entre los alumnos, que en muchos casos son capaces de descubrir “el truco”, a poco que se les introduzca en la idea de paridad (par – impar)

Intercalaremos los juegos de magia, con problemas sacados del libro ruso: **Mathematics Circles**

Bibliografía:

Martin Gardner. Magia inteligente Ed Grarica
Martin Gardner. Nuevos pasatiempos matemáticos Alianza ed.
Mathematics Circles.
Página web: Divulgamat Pedro Alegría
Gaceta de la RSME Vol. 5.3 Pags. 711-735

CUATRO OBJETOS DE YATES

Colocamos tres palillos verdes y uno rojo en una fila, nos volvemos de espalda

(Pueden ser cartas de una baraja y fijarnos en una de ellas).

Un espectador cambiará la posición del Rojo, intercambiando su posición con uno verde que esté a su lado, tantas veces como quiera, pero debemos saber cuantas.

Iremos pidiendo que retire palillos, hasta que se quede solo con el rojo.

Método

1 2 3 **4**

Antes de volvernos nos fijamos en la posición del rojo (4):

- Si el número de cambios es **impar**, el Rojo acabará en las posiciones 1 o 3
 - Mandamos retirar el 4 (extremo derecho).
 - Pedimos un nuevo intercambio del palillo R, con lo cual quedará en la posición 2 (centro)
 - Mandamos retirar los dos extremos, y queda el Rojo

- Si el número de cambios es **par**, el Rojo acabará en las posiciones 2 o 4
 - Mandamos retirar el 1 (extremo izquierdo).
 - Pedimos un nuevo intercambio del palillo Rojo, con lo cual quedará en la posición 2 (centro)
 - Mandamos retirar los dos extremos, y queda el Rojo

BUSCANDO LA DAMA

Es una variante del juego anterior. Ahora utilizaremos siete cartas, seis indiferentes y una dama, y en este caso el alumno tratará de esconder la dama y el mago, o sea yo, la encontrará.

Yo me vuelvo de espaldas y empiezo a dar las instrucciones para desarrollar el juego:

Coloca las siete cartas sobre la mesa, en una fila caras arriba.

Vamos a numerar las posiciones de las cartas empezando a contar desde la izquierda, o la derecha según tu gusto (No importa desde donde se empiece a contar pues la paridad de las posiciones es la misma). De esta manera, sabrás el lugar que ocupa la dama pero yo no puedo saberlo. (1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7)

Por si acaso tengo alguna información, vas a mezclar más la dama. Para ello, cada vez que te pida mover la dama, lo que harás será intercambiar la posición de la dama con la de cualquier carta adyacente a ella (es decir, con la de su derecha o con la de su izquierda).

En primer lugar, mueve la dama tantas veces como el lugar que ocupa. Es decir, si la dama está al principio en quinto lugar, contando desde la izquierda, vas a intercambiar la dama con una carta adyacente a ella cinco veces. (De este modo la carta queda en una posición Par)

A continuación mueve la dama dos veces más. (sigue en posición par) Creo que en este momento, no has colocado la dama en ninguna de las esquinas, de modo que retira las cartas de la izquierda y la derecha. Seguiremos el juego sólo con cinco cartas. (2- 3 – 4 – 5- 6)

Mueve la dama tres veces más. (Pasamos a posición impar 3 o 5) ¡Vaya!, creo que ha vuelto a huir de las esquinas. Si es así, retira del juego las cartas de los extremos. Ya sólo quedan tres cartas y la dama entre ellas.

Mueve ahora la dama una vez. (pasa al centro. Posición 4) Es seguro que ahora no está en el extremo izquierdo así que retira la carta de la izquierda. (4 – 5)

*Mueve la dama una última vez. A pesar de todos sus movimientos, **sé que la dama está a la derecha.***

EL CASTILLO ENCANTADO o QUEDAR EN EL 5

En un cuadrado mágico

8	1	6
3	5	7
4	9	2

El jugador se coloca en uno de los cuadrillos numerados del 1 al 9 en el que quiera. Podemos poner una ficha para seguir los movimientos con más facilidad. Después se moverá según una ficha de instrucciones, con de movimientos y retirada de números, que se le entregará. Al final irremediamente quedará atrapado en el 5.

Cada movimiento consiste en trasladar la ficha a un lugar adyacente, en Horizontal o Vertical (no en diagonal)
 Debemos tener preparadas dos tarjetas con las instrucciones correspondientes.
 Sacaremos la primera tarjeta si la ficha se coloca en los "lugares impares"(8,6,5,4,2) y la segunda si la ficha se coloca en los "lugares pares" (1,3,7,9)

El juego puede ser más espectacular si consideramos el cuadro como un castillo, al que solo se puede acceder por las puertas situadas en las habitaciones 1, 3, 7 y 9. De este modo solo se utiliza la tarjeta nº 2 y pueden hacer el juego simultáneamente todos los espectadores, que irremisiblemente acabaran juntos en la habitación 5.

Tarjeta 1:

- 1- Retirar el 7
- 2- Mover 7 veces y Retirar el 8
- 3- Mover 4 veces y Retirar el 2
- 4- Mover 6 veces y Retirar el 4
- 5- Mover 5 veces y Retirar el 9
- 6- Mover 2 veces y Retirar el 3
- 7- Mover 1 veces y Retirar el 6
- 8- Mover 7 veces y Retirar el 1

Tarjeta nº 2:

- 1- Retirar el 6
- 2- Mover 4 veces y Retirar el 2
- 3- Mover 7 veces y Retirar el 1
- 4- Mover 3 veces y Retirar el 4
- 5- Mover 1 veces y Retirar el 7
- 6- Mover 2 veces y Retirar el 9
- 7- Mover 5 veces y Retirar el 8
- 8- Mover 3 veces y Retirar el 3

CARTAS ROJAS Y NEGRAS

Disponemos de una baraja con cartas rojas y negras alternadas (Puede ser cualquier número de ellas).

Pedimos a varios espectadores que corten y volteen las dos cartas que quedan en la parte de arriba (deben voltearse simultáneamente). Esta operación la pueden hacer tantas veces como deseen. Nosotros mientras tanto no estaremos mirando la baraja.

Cuando se han terminado estas operaciones nos entregan la baraja y nosotros "adivinaremos" cuantas cartas que han quedado boca arriba y cuantas han quedado boca abajo. Lo haremos por medio del "tacto", por lo que haremos una pasada, sin mirar las cartas y sin que las vea el público, para terminar anunciando que exactamente ,

la mitad de las cartas han quedado boca arriba y la otra mitad boca abajo.

Y no solo eso, han quedado boca arriba las cartas rojas y boca abajo las negras.

Método

Al principio, todas las cartas rojas tienen paridad par y las negras paridad impar.

Al voltear las dos cartas, lo que se está haciendo es cambiar la paridad de las cartas.

Cuando pasamos la baraja debajo de la mesa, o por la espalda, separamos las cartas en dos partes, en una irán las cartas que ocupan posición impar y en el otro las que ocupan posición par y antes de sacarlas giramos uno de los montones y lo colocamos sobre el otro. De ese modo quedaran las rojas en un sentido y las azules en otro

VOLTEANDO MONEDAS

Unas cuantas monedas colocadas encima de la mesa. (habrá caras y cruces.)

Pedimos a un espectador que voltee las monedas, tantas como quiera, pero de una en una y diciendo fuerte: "VUELTA", cada vez que da la vuelta una moneda.

A continuación tapa una moneda, y yo adivinaré si está tapando una cara o una cruz.

Método:

Debemos fijarnos si antes de empezar, la cantidad de caras es par o impar)

El nº total de caras PAR - IMPAR va cambiando con cada vuelta de una moneda.

Cuando termina de voltear, si el número de vueltas es par, la paridad del número de caras no ha cambiado y si ha habido un número impar de vueltas, habrá cambiado. Por tanto, sabemos que el número de caras debe ser par o impar, y por tanto basta contar las que quedan a la vista.

Con más monedas y con más personas

Continuando con el juego anterior, añadimos más monedas y un nuevo espectador nos ayuda. Vamos a repetir el juego, con más monedas y con dos personas. Ahora cada vez que el primero voltear una moneda, el segundo hace lo mismo con otra moneda (o la misma), y NO tienen que decir la palabra "VUELTA"

Nuevamente el primero tapa una moneda y acertaremos si es cara o cruz.

Método

Aunque aparentemente el juego es más difícil, resulta más fácil, pues en este caso la paridad de las caras y las cruces no cambia.

ACTIVIDADES

1. En un tablero de ajedrez, un caballo comienza desde la casilla $a1$, y vuelve a la misma después de muchos movimientos. Demuestra que el caballo realiza un número par de movimientos.
2. ¿Puede un caballo que está en la casilla $a1$ de un tablero de ajedrez ir a la casilla $h8$ visitando cada una de las demás casillas una sola vez en su camino?
3. Construimos una línea poligonal cerrada con 11 segmentos. ¿Puede una línea que no contenga a ningún vértice del polígono hacer intersección (cortar) a cada uno de sus lados?
4. Katia y sus amigos están de pie en un círculo. Sucede que las dos personas que se encuentran al lado de cada niño o niña son del mismo género. Si hay 5 niños en el círculo, ¿cuántas niñas hay?
5. ¿Podemos tapar un tablero de ajedrez de 5×5 con piezas de dominó de 1×2 ?
6. Dado un polígono de 101 lados convexo que tiene un eje de simetría, prueba que el eje de simetría pasa a través de uno de sus vértices. ¿Qué puedes decir sobre un polígono de 10 lados con las mismas propiedades?
7. ¿Se puede dividir un polígono de 13 lados convexo en paralelogramos?
8. Se colocan todas las piezas de dominó en cadena (de modo que el número de puntos de cada uno de los lados de dominós adyacentes encajen). Si un extremo de la cadena es un 5, ¿cuál es el otro final de la cadena?
9. En un dominó todas aquellas piezas en las cuales uno de los cuadrados no tiene puntos quedan apartadas. ¿Pueden las restantes piezas ser distribuidas en cadena?
10. Se colocan trece damas en un tablero de 5×5 de tal modo que sus posiciones son simétricas respecto a una de sus diagonales. Prueba que al menos una de las damas está colocada sobre la diagonal.

11. Asumamos ahora que la posición de las damas en el problema 8 es simétrica con respecto a ambas diagonales del tablero. Prueba que una de las damas está colocada justo en el centro del tablero.

TRABAJO de investigación:

Contando con un número fijo de damas, ¿cuál es el menor número de damas que se pueden colocar en las diagonales de un tablero de 5x5 para que la posición final de las damas sea simétrica respecto de las dos diagonales? ¿Y en un tablero de 6x6? ¿y en uno de 4x4?.
Generaliza el problema para cualquier tamaño del tablero.

10. Formar un "cuadrado mágico" usando los 36 primeros números primos

11.-Escribimos los números del 1 al 10 en una fila. ¿Se pueden poner los signos "+" y "-" entre ellos de manera que el resultado de la expresión que quede sea igual a 0?

Nótese que los números negativos también pueden ser pares e impares. ¿Y si podemos eliminar uno de los diez números?

12.-Un grillo salta a lo largo de una línea. Su primer salto es de 1 cm, su segundo salto de 2 cm, etc... Cada salto puede llevarle a derecha o izquierda en la línea. Probar que, después de 1985 saltos, el grillo no puede acabar en el mismo lugar en el que empezó.

13.-Escribimos en una pizarra los números 1, 2, 3,..., 1984 y 1985. Borrarnos dos cualesquiera de ellos y los reemplazamos por su diferencia positiva. Después de repetir este proceso muchas veces, queda un único número en la pizarra. ¿Puede ser el cero?

14.-Cogemos un número de 17 dígitos e invertimos sus cifras formando un número nuevo. Sumamos estos dos números. Demostrar que esta suma tendrá al menos un dígito par.