

1. Para empezar... algunos nombres

En esta novela aparecen algunos nombres de matemáticos o de personas relacionadas con las matemáticas:

- Pitágoras - Ptolomeo - Alperagio - Abenragel

Repasando los nombres anteriores, vemos que falta uno; es italiano y vivió entre los siglos XII y XIII. ¿Quién es? Expón aquí sus principales aportaciones a las matemáticas.

2. El arco ojival

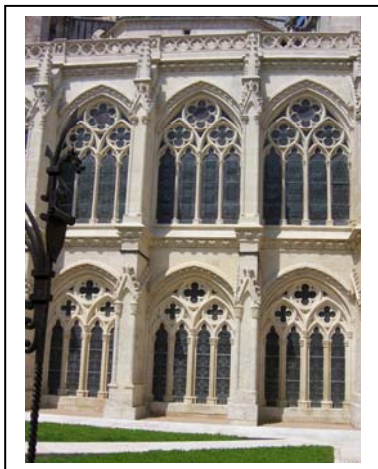
El arco ojival es una de las características fundamentales del estilo gótico:

“la nueva arquitectura introdujo el arco ojival de dos centros, de forma apuntada, y el arbotante.” (pág. 33)

A) Dibuja dos circunferencias tales que el centro de una de cada una de ellas sea un punto por el que pasa la otra. La zona común a las dos se llama *vesica piscis* y contiene el arco ojival. Compruébalo en el dibujo.

B) Construye con regla y compás un triángulo equilátero sabiendo la longitud del lado. Comprueba que así también se puede obtener un arco ojival.

C) ¿Por qué crees que se dice en el libro “el arco ojival de dos centros”? ¿Cuáles son los dos centros? ¿Qué otro famoso arco es de un solo centro?



D) A veces, los arcos ojivales van superpuestos unos sobre otros, adornados con circunferencias tangentes. Construye uno con regla y compás, para ello puedes suponer que conocemos la longitud del lado del triángulo equilátero principal (mayor), y averigua después los demás datos esenciales en función del conocido: centros de las circunferencias, radios de las circunferencias, lados de los demás triángulos equiláteros, etc.

3. Las proporciones matemáticas

A lo largo del libro se mencionan las proporciones en multitud de ocasiones:

“Todas las medidas, todas las proporciones [de la catedral] están regidas por el número de Dios.” (pág. 104)

“ Ese es el secreto de esta catedral: está construida siguiendo las proporciones del número áureo, el que Dios eligió para construir el universo...” (pág. 134).

“ La belleza ... está en la proporción.” (pág 207)

“Hemos conseguido que en la nueva catedral se refleje la proporción matemática del número de Dios, lo que significa copiar la proporción numérica con la que Dios, el gran arquitecto, construyó el universo.”

“Las proporciones que ese número representa son las mismas que rigen el orden del mundo...” (pág. 208).

“Y el número de Dios era la proporción perfecta que había sido revelada al hombre ...” (pág 365).

A) En todas estas citas se habla de proporciones matemáticas. ¿Qué es una proporción? Pon ejemplos de proporciones en las que intervengan

cuatro números y otras en las que intervengan tres, siendo uno de ellos medio proporcional.

B) También se habla del número de Dios, del número áureo... ¿Cuál es, según el libro, ese número? Escribe su valor en forma de fracción y en forma decimal.

El número de oro lo podemos encontrar desde el conocimiento matemático, viendo su origen, las proporciones que lo originan... :

C) Partiendo de un rectángulo áureo, encontrar el número de oro y explicar el proceso desarrollado para su obtención.

D) Hacer lo mismo que en la pregunta anterior, pero partiendo de un segmento que se desea dividir en dos partes a y b , de forma que se cumpla proporción:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{a+b}$$

Una vez que conocemos el número de oro, surge una cuestión de forma natural:

E) Compara el número de oro obtenido matemáticamente con el número de Dios de la novela. ¿Qué ocurre? ¿A qué puede deberse?

4. Manejando el número de oro

El número de oro, que se denota habitualmente por la letra griega ϕ es un número de los llamados irracionales.

A) ¿Qué significa ser un número irracional?

B) Demuestra los siguientes resultados que verifica:

$$\phi + 1 = \frac{1}{\phi}; \quad \frac{1}{\phi} + \frac{1}{\phi^2} = 1; \quad \phi^2 - \phi - 1 = 0; \quad \phi + \phi^2 = \phi \cdot \phi^2$$

C) Investiga la relación que hay entre el número de oro y la sucesión que lleva el nombre del matemático italiano que has estudiado en la primera pregunta del cuestionario.

D) Demuestra que la sucesión de números $1, \phi, \phi^2, \phi^3, \phi^4, \dots$ es una progresión geométrica en la que cada término, a partir del tercero, es igual a la suma de los dos anteriores, es decir, que $\phi^n + \phi^{n+1} = \phi^{n+2}$ siendo n un número natural cualquiera.

E) Demuestra que si una sucesión de números es una progresión geométrica y cada término (a partir del tercero) es suma de los dos anteriores, entonces es de la forma $a, a\phi, a\phi^2, a\phi^3, a\phi^4, \dots$ siendo a el primer término de la sucesión.

F) Demuestra que en un pentágono regular, el cociente entre las longitudes de una diagonal y un lado es igual a ϕ .

5. Medidas tradicionales

En varios momentos, los personajes hablan de distintas medidas y sus correspondientes unidades:



“Para la construcción de la nave mayor y sus dos laterales desde el crucero hasta la que sería portada principal, emplearía como medida el pie de París, una medida que equivalía a exactamente a la longitud de su palmo de la mano, con los dedos totalmente extendidos, más la anchura de cuatro dedos.” (pág. 307).

“Seguiré aplicando el pie de París para las medidas pequeñas, pero para las proporciones totales usaré el codo de Chartres, dos palmos míos más cuatro dedos. Es la medida que utilizó mi padre en la catedral de mi ciudad: veinte codos de anchura, cincuenta de altura, cien de longitud, y la longitud del crucero una quinta parte de la longitud de la nave central..” (pág 308).

“La medida principal de longitud era el pie, pero el pie de París no era el mismo que el de Chartres o que el de Castilla.”

A) Expresa, en unidades de medida tradicionales, las dimensiones de las catedrales de Burgos y de León. ¿Dónde aparece el número de Dios?

B) Recopila unidades de medida tradicionales de longitud, superficie y volumen, usadas en la península ibérica en la Edad Media.

C) ¿Cómo se medían en esa época los ángulos? Aprovecha esta ocasión para explicar el error que hay en la construcción de la catedral de Burgos.

6. Los rosetones...

En las catedrales góticas sobresalen por, su belleza, los rosetones de las distintas fachadas. Esto también podemos observarlo en el libro:

“ Enrique quiso destacar el gran rosetón de la fachada sur, de ahí que lo convirtiera en un elemento casi exento, rodeado tan sólo por sillares carentes de cualquier decoración. A finales de 1235 ordenó que se comenzaran a esculpir las piezas de la trama de piedra del rosetón del Sarmental...” (pág 257)

A) Escribe el proceso de construcción del rosetón hasta su colocación en la fachada.



B) Observa el rosetón de la puerta del Sarmental y averigua cuántos ejes de simetría tiene. En general, un rosetón de n lados, pétalos o sectores, ¿cuántos ejes de simetría tiene?

C) Las figuras geométricas con regularidades suelen tener ejes de simetría. Busca los ejes de simetría de un cuadrado y los de un triángulo equilátero.

D) Busca los planos de la planta de algunos edificios históricos y encuentra sus ejes de simetría.

7. Entremos en el laberinto

Algunas catedrales poseen lo que se denomina un laberinto. Este elemento también aparece en el libro:

" Se trata de una línea trazada en piedra azul y blanca que da vueltas y más vueltas sobre sí misma." (pág 268)

" La gente lo llama *el laberinto*, pero no es eso. Se trata del camino hacia la luz." (pág 268)

" Todas las grandes iglesias de Francia tienen un *laberinto*, que en realidad no es tal, sino una representación del camino de la vida." (pág 399)

A) Averigua las medidas del laberinto de la catedral de Chartres y dibújalo. Haz lo mismo con otros laberintos de catedrales o de jardines.

B) ¿Cuál es el laberinto más famoso de la Grecia Clásica? Explica el mito en el que aparece.

C) ¿Qué se quiere simbolizar con la colocación de un laberinto? Relaciónalo con el conocimiento matemático o la resolución de problemas de matemáticas.

D) Haz una clasificación de los distintos tipos de laberintos.

E) ¿Hay algún método útil para tratar de encontrar la salida de un laberinto? Explica alguno.

8. El octógono maravilloso

Admira el cimborrio de la catedral de Burgos y averigua:

A) El área del octógono principal (suponemos que es regular).

B) El área de la estrellas de ocho puntas.



Los datos reales que necesites debes buscarlos por tu cuenta.

Aprovechando que el cimborrio tiene forma octogonal, averigua lo que es la proporción cordobesa y calcúlala utilizando el octógono del cimborrio.

9. Otros números escondidos

" A partir del cuadrado, del triángulo equilátero y de la proporción áurea, el número de Dios, construir un edificio se convertía en un ejercicio matemático basado en los números, en la geometría y en la simbología divina." (pág. 365)

" La lectura de ese tratado le hizo reflexionar sobre la perfección de las figuras geométricas y la presunta irracionalidad y contradicción de que las medidas más perfectas, como el círculo, la diagonal de un cuadrado o la extensión infinita de la proporción áurea, eran precisamente las más fáciles de dibujar." (pág. 368).

Como puedes ver, en las figuras geométricas elementales podemos descubrir números irracionales con mucho significado y simbolismo; por ejemplo, como hemos hecho en otra actividad, el número de oro en un rectángulo particular.

A continuación, te vamos a proponer varias figuras y números para que encuentres el proceso mediante el cual se relacionan:

A) La circunferencia y el número π .

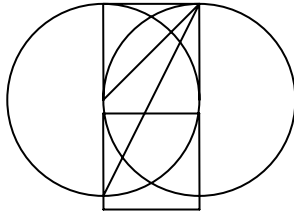
B) El cuadrado y $\sqrt{2}$.

C) El triángulo equilátero y $\sqrt{3}$.

D) ¿Qué rectángulo sencillo nos puede dar $\sqrt{5}$? ¿Cómo se hace?

E) En la figura siguiente (las circunferencias son de radio 1 y el centro de cada una es un punto de la otra) aparecen casi todos los números anteriores π , $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ y $\sqrt{5}$ como longitudes de determinados

segmentos o arcos. ¿Qué longitudes son? Averigua el número que falta y señala en el dibujo su línea correspondiente.



10. La catedral y los teoremas

“Esta catedral es un teorema, sólo un teorema que ha sido elegantemente resuelto: geometría y matemáticas, nada más.” (pág. 485)

La palabra teorema tiene un significado muy importante en el conocimiento matemático. Tanto es así que algunos llevan el nombre de la persona que lo enunció o lo demostró por primera vez.

- A) Explica lo que es un teorema matemático.
- B) Enuncia y demuestra algún teorema que conozcas.

11. Los planos y los dibujos de la realidad

Los constructores de catedrales tenían que usar representaciones manejables de lo que querían construir: dibujos, maquetas o cualquier otra estrategia.

“... desplegó un enorme pergamino en el que había dibujado la planta de la futura catedral...” (pág 104)

“... les presentaba un dibujo en el que con unas rayas se expresaba la forma de la planta en un tamaño cuyas medidas estaban proporcionalmente reducidas.” (pág 104)

- A) ¿Qué significa la expresión *proporcionalmente reducidas*?

B) La relación de semejanza entre un dibujo y la realidad que representa puede venir dada por un número. ¿Cómo se llama ese número?

C) Averigua la escala de los dibujos de las plantas de las catedrales de Burgos y León, que están al principio del libro.

D) Con la escala calculada anteriormente, averigua las dimensiones aproximadas del claustro de la catedral de Burgos.